

Разбиения

1. Существует ли
(а) конечное, но состоящее хотя бы из двух последовательностей
(б) бесконечное
множество бесконечных возрастающих последовательностей натуральных чисел такое, что каждая пара натуральных чисел встречается ровно в одной из последовательностей?
2. При каких n можно покрасить рёбра полного графа на n вершинах в несколько цветов так, чтобы в каждой вершине сходились рёбра всех цветов, и рёбра каждого цвета образовывали объединение простых не пересекающихся циклов?
3. При каких n можно разбить рёбра полного графа на n вершинах на
(а) совершенные паросочетания?
(б) гамильтоновы пути?
(с) гамильтоновы циклы?
4. При каких n можно разбить клетчатый n -мерный куб $2 \times 2 \times \dots \times 2$ с двумя вырезанными противоположными кубиками на доминошки $2 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1$? Доминошки можно поворачивать.
5. Фокусник с помощником собираются показать такой фокус. Зритель пишет на доске последовательность из N цифр. Помощник фокусника закрывает две соседних цифры чёрным кружком. Затем входит фокусник. Его задача — отгадать обе закрытые цифры (и порядок, в котором они расположены). При каком наименьшем N фокусник может договориться с помощником так, чтобы фокус гарантированно удался?
6. Дан полный граф на 2004 вершинах. Можно ли его рёбра раскрасить в 2003 цветов так, чтобы в каждой вершине сходились рёбра всех цветов, и для любых двух цветов рёбра этих цветов образовывали бы гамильтонов цикл?