

Разной на оценку

1. Винтик и Шпунтик смастерили машину «Тяни-толкай», которая едет вперед на сиropчике с расходом топлива 3л/км, а назад — на апельсиновом соке с расходом топлива 5л/км. Выехав из дома, они вели машину по очереди. Винтик проехал за рулём в обе стороны 12 км. Шпунтик ехал вперед вдвое меньше, чем Винтик, а назад проехал вдвое больше, после чего имевшиеся 75 литров топлива закончились. Сколько километров Винтику и Шпунтику придется возвращаться домой пешком?
2. Два велосипедиста ехали по шоссе, каждый со своей постоянной скоростью. Оказалось, что более быстрый из них проезжает 6 км на 5 минут быстрее, а за 20 минут проезжает на 4 км больше, чем медленный. Найдите произведение скоростей велосипедистов, выраженных в километрах в час.
3. Пусть d_1, d_2, d_3 и d_4 — наименьшие различные делители натурального числа n . Оказалось, что $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 = n$. Чему могло быть равно n (укажите все варианты)?
4. Натуральное число заканчивается на ноль, а его наибольший собственный делитель является степенью простого числа. Найдите предпоследнюю цифру этого числа. (Собственным делителем числа называется всякий его делитель, отличный от самого числа.)
5. В футбольном турнире, где каждая команда встречалась с каждой один раз, играли 16 команд. За победу давали три очка, за ничью — одно, за поражение — ноль. После окончания турнира выяснилось, что каждая команда выиграла хотя бы треть своих матчей и проиграла хотя бы треть своих матчей. Докажите, что какие-то две команды набрали поровну очков.
6. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Точка P такова, что $DOCP$ — тоже параллелограмм (CD — его диагональ). Обозначим через Q точку пересечения BP и AC , а через R — точку пересечения DQ и CP . Докажите, что $PC = CR$.
7. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ AB параллельно DE , $CD = DE$, CE перпендикулярно BC и AD . Докажите, что прямая, проходящая через A параллельно CD , прямая, проходящая через B параллельно CE , и прямая, проходящая через E параллельно BC , пересекаются в одной точке.
8. В городе лжецов и рыцарей 366 жителей (лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду), все родились в разные дни високосного года. Все жители города ответили на два вопроса. На вопрос «Вы родились в феврале?» утвердительно ответили 100 человек, а на вопрос «Вы родились 30-го числа?» утвердительно ответили 60 человек. Сколько рыцарей родилось в феврале?
9. В некоторые клетки доски 8×8 вписаны треугольники, у которых одна сторона совпадает со стороной клетки, а третья вершина лежит на противоположной стороне клетки. У треугольников нет общих точек. Каково наименьшее возможное число пустых клеток?
10. Существуют ли такие натуральные числа m, n, k , что все три числа $m^2 + n + k$, $n^2 + k + m$, $k^2 + m + n$ являются квадратами натуральных чисел?

В листике суммарно 10 задач (включая пункты).
Количество полученных плюсов по этому листику ПРИ ЖЕЛАНИИ конвертируются
в оценку по геометрии или по алгебре (можно выбрать куда) по следующему принципу.

4 — 7 плюсов;

5 — 9 плюсов.

Последний день сдачи задач — 13 ноября (среда).