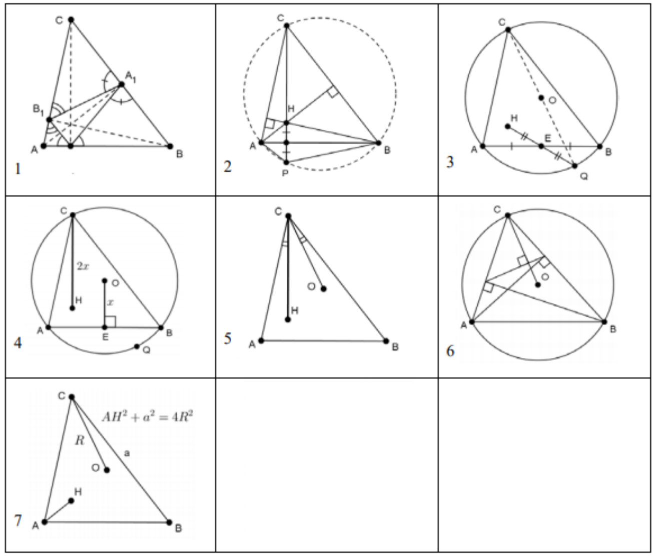
Ортоцентр-1.

В этом листочке, если не оговорено иное, дан остроугольный треугольник ABC, его ортоцентр обозначен через H, центр описанной окружности ω— через O, проведены высоты AA_1, BB_1 и CC_1 , а середины сторон AB, BC и CA — точки C_0, A_0 и B_0 соответственно.

1. а) Докажите, что AB_1C_1 подобен треугольнику ABC.
   б) Зная, что угол A равен α, найдите коэффицент подобия.
   в) Докажите, что H- инцентр треугольника $A_1B_1C_1$.
2. Точку H симметрично отразили относительно стороны BC. Докажите, что образ точки H попал на ω.
3. Пусть H' — точка симметричная H относительно A_0 .
   а)Докажите, что AH' — диаметр ω.
   б) Докажите, что радиусы окружностей, описанных около треугольников AHB, BHC и AHC равны между собой.
4. Докажите, что $\frac{1}{2}AH = OA_0$.
5. Докажите, что $\angle ACH = \angle OCB$.
6. Докажите, что $OC \perp A_1B_1$
7. Докажите, что $AH^2 + BC^2 = 4R^2$
8. Докажите, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$
9. Какие из выше приведенных свойств будут верны для тупоугольного и прямоугольного треугольника?
10. а) Пусть M - точка пересечения медиан треугольника ABC, O - произвольная точка. Докажите, что
    $3\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
    б)Используя задачу номер 8 докажите, что точка пересечения медиан, центр описанной окружности и ортоцентр треугольника лежат на одной прямой (Прямая Эйлера).
11. а) Пусть дан острый угол ACB с вершиной C и точка M внутри него. Найдите на сторонах AC и CB точки K и L так, чтобы треугольник KLM имел минимальный периметр.
    б)В треугольнике ABC выбраны точки K, L, M на сторонах AC, BC, AB соответственно. Докажите, что из всех таких треугольников KLM минимальный периметр имеет ортоцентрический треугольник.



Ортоцентр-1.

В этом листочке, если не оговорено иное, дан остроугольный треугольник ABC, его ортоцентр обозначен через H, центр описанной окружности ω— через O, проведены высоты AA_1, BB_1 и CC_1 , а середины сторон AB, BC и CA — точки C_0, A_0 и B_0 соответственно.

1. а) Докажите, что AB_1C_1 подобен треугольнику ABC.
   б) Зная, что угол A равен α, найдите коэффицент подобия.
   в) Докажите, что H- инцентр треугольника $A_1B_1C_1$.
2. Точку H симметрично отразили относительно стороны BC. Докажите, что образ точки H попал на ω.
3. Пусть H' — точка симметричная H относительно A_0 .
   а)Докажите, что AH' — диаметр ω.
   б) Докажите, что радиусы окружностей, описанных около треугольников AHB, BHC и AHC равны между собой.
4. Докажите, что $\frac{1}{2}AH = OA_0$.
5. Докажите, что $\angle ACH = \angle OCB$.
6. Докажите, что $OC \perp A_1B_1$
7. Докажите, что $AH^2 + BC^2 = 4R^2$
8. Докажите, что $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$
9. Какие из выше приведенных свойств будут верны для тупоугольного и прямоугольного треугольника?
10. а) Пусть M - точка пересечения медиан треугольника ABC, O - произвольная точка. Докажите, что
    $3\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
    б)Используя задачу номер 8 докажите, что точка пересечения медиан, центр описанной окружности и ортоцентр треугольника лежат на одной прямой (Прямая Эйлера).
11. а) Пусть дан острый угол ACB с вершиной C и точка M внутри него. Найдите на сторонах AC и CB точки K и L так, чтобы треугольник KLM имел минимальный периметр.
    б)В треугольнике ABC выбраны точки K, L, M на сторонах AC, BC, AB соответственно. Докажите, что из всех таких треугольников KLM минимальный периметр имеет ортоцентрический треугольник.