Кружок школы 1568. 10 Класс

Разминка

1. Сумма двух целых чисел равна S. Маша умножила первое число на a, а второе на b и обнаружила, что сумма полученных чисел делится на S. Петя же умножил второе число на a, а первое на b, докажите что и у него сумма полученных чисел делится на S.

2. Каково наибольшее количество последовательных натуральных чисел, у каждого из которых ровно четыре натуральных делителя (включая 1 и само число)?

3. Существуют ли такие целые числа p и q, что при любых целых значениях x выражение x^2+px+q кратно 3?

4. В квадратной таблице размером 100×100 некоторые клетки закрашены. Каждая закрашенная клетка является единственой закрашенной клеткой либо в своём столбце, либо в своей строке. Какое наибольшее количество клеток может быть закрашено?

5. На доске написаны числа $1, 2, \ldots, 999$. Двое играют в следующую игру. Каждый своим ходом стирает одно из оставшихся на доске чисел. Первым ходом первый игрок стирает любое число. Если предыдущим ходом стёрто число n, то можно стереть одно из чисел $n-1$, $n+1$, $\frac{n}{2}$ или $2n$, если, конечно, такое число есть на доске. Не имеющий хода проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

6. Двадцать пять монет раскладывают по кучкам следующим образом. Сначала их произвольно разбивают на две группы. Затем любую из имеющихся групп снова разбивают на две группы, и так далее до тех пор, пока каждая группа не будет состоять из одной монеты. При каждом разбиении какой-либо группы на две записывается произведение количеств монет в двух получившихся группах. Чему может быть равна сумма всех записанных чисел?

Кружок школы 1568. 10 Класс

Разминка

1. Сумма двух целых чисел равна S. Маша умножила первое число на a, а второе на b и обнаружила, что сумма полученных чисел делится на S. Петя же умножил второе число на a, а первое на b, докажите что и у него сумма полученных чисел делится на S.

2. Каково наибольшее количество последовательных натуральных чисел, у каждого из которых ровно четыре натуральных делителя (включая 1 и само число)?

3. Существуют ли такие целые числа p и q, что при любых целых значениях x выражение x^2+px+q кратно 3?

4. В квадратной таблице размером 100×100 некоторые клетки закрашены. Каждая закрашенная клетка является единственой закрашенной клеткой либо в своём столбце, либо в своей строке. Какое наибольшее количество клеток может быть закрашено?

5. На доске написаны числа $1, 2, \ldots, 999$. Двое играют в следующую игру. Каждый своим ходом стирает одно из оставшихся на доске чисел. Первым ходом первый игрок стирает любое число. Если предыдущим ходом стёрто число n, то можно стереть одно из чисел $n-1$, $n+1$, $\frac{n}{2}$ или $2n$, если, конечно, такое число есть на доске. Не имеющий хода проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?

6. Двадцать пять монет раскладывают по кучкам следующим образом. Сначала их произвольно разбивают на две группы. Затем любую из имеющихся групп снова разбивают на две группы, и так далее до тех пор, пока каждая группа не будет состоять из одной монеты. При каждом разбиении какой-либо группы на две записывается произведение количеств монет в двух получившихся группах. Чему может быть равна сумма всех записанных чисел?