

Серия 26. Тригонометрия

1. Что больше: $\frac{\sin 1^\circ}{\sin 2^\circ}$ или $\frac{\sin 3^\circ}{\sin 4^\circ}$?
2. Сколько корней имеет уравнение $\sin x = x/2020$?
3. Докажите, что при всех $x \in (0, \frac{\pi}{3})$ справедливо равенство $\sin 2x + \cos x > 1$.
4. Докажите, что для каждого x такого, что $\sin x \neq 0$, найдётся такое натуральное n , что $|\sin nx| \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.
5. Пусть $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — такие положительные числа, что при всех x

$$\sin \alpha x + \sin \beta x = \sin \gamma x + \sin \delta x.$$

Докажите, что $\alpha = \gamma$ или $\alpha = \delta$.

6. Докажите, что при $k > 10$ в произведении $f(x) = \cos x \cos 2x \cos 3x \dots \cos 2^k x$ можно заменить один \cos на \sin так, что получится функция $f_1(x)$, удовлетворяющая при всех действительных x неравенству $|f_1(x)| \leq \frac{3}{2^{k+1}}$.

7. Докажите, что

$$\operatorname{tg} 1^\circ + \operatorname{tg} 5^\circ + \operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 13^\circ + \dots + \operatorname{tg} 173^\circ + \operatorname{tg} 177^\circ = 45.$$

8. Решите уравнение $\cos(\cos(\cos(\cos x))) = \sin(\sin(\sin(\sin x)))$.

9. Докажите, что $\sin \sqrt{x} < \sqrt{\sin x}$ при $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.

10. Для углов α, β, γ справедливо равенство $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma \geq 2$. Докажите, что $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq \sqrt{5}$.

Серия 26. Тригонометрия

1. Что больше: $\frac{\sin 1^\circ}{\sin 2^\circ}$ или $\frac{\sin 3^\circ}{\sin 4^\circ}$?
2. Сколько корней имеет уравнение $\sin x = x/2020$?
3. Докажите, что при всех $x \in (0, \frac{\pi}{3})$ справедливо равенство $\sin 2x + \cos x > 1$.
4. Докажите, что для каждого x такого, что $\sin x \neq 0$, найдётся такое натуральное n , что $|\sin nx| \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$.
5. Пусть $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — такие положительные числа, что при всех x

$$\sin \alpha x + \sin \beta x = \sin \gamma x + \sin \delta x.$$

Докажите, что $\alpha = \gamma$ или $\alpha = \delta$.

6. Докажите, что при $k > 10$ в произведении $f(x) = \cos x \cos 2x \cos 3x \dots \cos 2^k x$ можно заменить один \cos на \sin так, что получится функция $f_1(x)$, удовлетворяющая при всех действительных x неравенству $|f_1(x)| \leq \frac{3}{2^{k+1}}$.

7. Докажите, что

$$\operatorname{tg} 1^\circ + \operatorname{tg} 5^\circ + \operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 13^\circ + \dots + \operatorname{tg} 173^\circ + \operatorname{tg} 177^\circ = 45.$$

8. Решите уравнение $\cos(\cos(\cos(\cos x))) = \sin(\sin(\sin(\sin x)))$.

9. Докажите, что $\sin \sqrt{x} < \sqrt{\sin x}$ при $x \in (0; \frac{\pi}{2})$.

10. Для углов α, β, γ справедливо равенство $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma \geq 2$. Докажите, что $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq \sqrt{5}$.