

Серия 16. Конфигурация прямых.

1. На плоскости проведены n прямых общего положения.

- а) На сколько частей они разбивают плоскость?
- б) Сколько в среднем у этих частей звеньев в границе?
- в) Сколько из этих частей бесконечны?

2. На плоскости проведено несколько прямых, никакие две из которых не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. Докажите, что в областях, на которые прямые поделили плоскость, можно расставить положительные числа так, чтобы суммы чисел по обе стороны каждой из проведённых прямых были равны.

3. В городе M расположены 7 высоток, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Может ли так быть, что гуляя по городу, можно видеть высотки в любом циклическом порядке?

4. На плоскости проведены n прямых общего положения (то есть никакие две прямые не параллельны и никакие три не пересекаются в одной точке). Рассмотрим части, на которые эти прямые разбивают плоскость. Через K обозначим число частей, являющихся треугольниками.

- а) Докажите, что $K \geq (2n - 3)/3$ при $n \geq 3$.
- б) Для всех n приведите пример, в котором $K = n - 2$.

5. Несколько прямых, никакие две из которых не параллельны, разрезают плоскость на части. Внутри одной из этих частей отметили точку A . Докажите, что точка, лежащая с A по разные стороны от всех данных прямых, существует тогда и только тогда, когда часть, содержащая A , неограничена.

6. На плоскости проведены $n > 2$ прямых общего положения. Эти прямые разрезали плоскость на несколько частей. Какое

- а) наименьшее;
 - б) наибольшее
- количество внутренностей углов может быть среди этих частей?

7. Consider $n \geq 3$ lines in the plane such that no two lines are parallel and no three have a common point. These lines divide the plane into polygonal regions; let F be the set of regions having finite area. Prove that it is possible to colour

- а) $\lceil \sqrt{n/2} \rceil$
- б) $\lceil \sqrt{2n/3} \rceil$
- в) $\lceil \sqrt{n} \rceil$

of the lines blue in such a way that no region in F has a completely blue boundary. (For a real number x , $\lceil x \rceil$ denotes the least integer which is not smaller than x .)