

## **Серия 5. Комбинаторный разнобой**

- 1.** Имеется цепочка из 150 звеньев, каждое из которых весит 1 грамм. Какое наименьшее число звеньев надо расковать так, чтобы из образовавшихся частей можно было составить все веса от 1 до 150 грамм (раскованное звено тоже весит 1 грамм)?
- 2.** Среди 2019 целых чисел никакая сумма нескольких из них не делится на 2020. Докажите, что все числа дают одинаковый остаток.
- 3.** На экзамен пришли 100 студентов. Преподаватель по очереди задаёт каждому студенту один вопрос: «Сколько из 100 студентов получают оценку «сдал» к концу экзамена?». В ответ студент называет целое число. Сразу после получения ответа преподаватель объявляет всем, какую оценку получил студент: «сдал» или «не сдал». После того, как все студенты получают оценку, придет инспектор и проверит, есть ли студенты, которые дали правильный ответ, но получили оценку «не сдал». Если хотя бы один такой студент найдётся, то преподаватель будет отстранен от работы, а оценки всех студентов заменят на «сдал». В противном случае никаких изменений не произойдёт. Могут ли студенты придумать стратегию, которая гарантирует им всем оценку «сдал»?
- 4.** Есть таблица  $15 \times 100$  (15 столбцов, 100 строк). В каждой строке в каких-то двух клетках стоит по фишке. Каждая следующая строка отличается от предыдущей положением ровно одной фишки: та сдвигается либо вправо, либо влево на одну клетку. Докажите, что есть две строки, в которых фишки стоят на одинаковых позициях.
- 5.** Сколькими способами можно заполнить цифрами клетки квадрата размером  $3 \times 3$  так, чтобы в каждой строке и каждом столбце сумма цифр была равна 7, а ненулевые цифры не повторялись?
- 6.** Сто одинаковых с виду монет разложены поровну на чаши весов так, что весы не в равновесии. Известно, что есть монеты ровно двух весов, причём монет каждого веса — чётное число. За одну операцию разрешается поменять местами любые две монеты. За какое наименьшее число операций можно наверняка добиться равновесия?
- 7.** Есть 288 монет. Из них 144 настоящих, 144 фальшивых. Внешне все монеты естественно неотличимы. Настоящие монеты весят одинаково, фальшивые тоже. Можно ли за три взвешивания на чашечных весах выяснить, отличается ли масса фальшивой и настоящей монеты?