

## Серия 2. Триангуляции

**-1.** Многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на треугольники. Докажите, что есть хотя бы 2 вершины, из которых не выходит ни одной диагонали

**0.** а) Пусть многоугольник триангулирован. Сопоставим триангуляции такой граф каждая вершина соответствует одному из треугольников, а вершины соединены, если треугольники имели общее ребро. Докажите, что данный граф является деревом.

б) Докажите, что треугольники триангуляции можно раскрасить в два цвета так, что имеющие общую сторону треугольники будут разного цвета.

в) Докажите, что если треугольников, у которых 2 стороны являются сторонами многоугольника, будет  $x$ , а количества диагональных треугольников  $y$ , то  $x = y + 2$ .

**1.** На доске начертили многоугольник. В нем провели несколько диагоналей, непересекающихся внутри него, так, что он оказался разбит на треугольники. Затем возле каждой вершины записали число треугольников, которые к ней примыкают, после чего все диагонали стерли. Можно ли по оставшимся возле вершин числам восстановить стертые диагонали?

**2.** Вершины выпуклого многоугольника раскрашены в три цвета так, что каждый цвет присутствует и никакие две соседние вершины не окрашены в один цвет. Докажите, что многоугольник можно разбить диагоналями на треугольники так, чтобы у каждого треугольника вершины были трех разных цветов.

**3.** Выпуклый многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на равнобедренные треугольники. Докажите, что в этом многоугольнике найдутся две равные стороны.

**4.** Выпуклый многоугольник разбит диагоналями на треугольники (при этом диагонали не пересекаются внутри многоугольника). Треугольники раскрашены в черный и белый цвета так, что каждые два треугольника с общей стороной раскрашены в разные цвета. Найдите наибольшее возможное значение разности количества белых и черных треугольников.

**5.** Назовём треугольник в триангуляции внутренним, если все его стороны — диагонали. Сколько существует триангуляций без внутренних треугольников?

**6.** Докажите, что выпуклый многоугольник может быть разрезан непересекающимися диагоналями на остроугольные треугольники не более, чем одним способом.

**7.** Дан выпуклый  $n$ -угольник ( $n > 3$ ), никакие четыре вершины которого не лежат на одной окружности. Окружность, проходящую через три вершины многоугольника и содержащую внутри себя остальные его вершины, назовем описанной. Описанную окружность назовем граничной, если она проходит через три последовательные (соседние) вершины многоугольника; описанную окружность назовем внутренней, если она проходит через три вершины, никакие две из которых не являются соседними вершинами многоугольника. Докажите, что граничных описанных окружностей на две больше, чем внутренних.