

Дискретная непрерывность

1. В ряд стоят несколько солдат. Рост соседей отличается не более чем на 2,4 см. В строю есть солдат ростом 152 см, и солдат ростом 198 см. Докажите, что есть солдат, чей рост отличается от 170 см не более, чем на 1,2 см.
2. В ряд сидит 15 мальчиков и 15 девочек
 - (а) Докажите, что можно выбрать 10 школьников подряд, чтобы среди них мальчиков и девочек было поровну.
 - (б) Всегда ли из них можно выбрать 20 школьников подряд, среди которых мальчиков и девочек поровну?
 - (с) Пусть теперь школьники сидят по кругу. Всегда ли можно из них выбрать 20 подряд, среди которых мальчиков и девочек поровну?
 - (д) А 18?
3. В ряд выложены 200 шаров, из них 100 черных и 100 красных, причем первый и последний шары – черные. Докажите, что можно убрать с правого края несколько шаров подряд так, чтобы красных и черных шаров осталось поровну.
4. В некоторых клетках таблицы 50×50 расставлены числа -1 и 1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице по абсолютной величине не превосходит 100. Докажите, что в некотором квадрате 25×25 сумма чисел по абсолютной величине не превосходит 25.
5. Существуют ли сто последовательных натуральных чисел, среди которых ровно пять простых?
6. В бесконечной последовательности натуральных чисел каждое следующее число получается прибавлением к предыдущему одной из его ненулевых цифр. Докажите, что в этой последовательности найдется четное число.
7. Дракон заточил в темницу рыцаря и выдал ему 100 разных монет, половина из которых волшебные (какие именно – знает только дракон). Каждый день рыцарь раскладывает все монеты на две кучки (не обязательно равные). Если в кучках окажется поровну волшебных монет или поровну обычных, дракон отпустит рыцаря. Сможет ли рыцарь гарантированно освободиться не позже, чем (а) на 50-й день? (б) на 25-й день?
8. По кругу стоят n мальчиков и n девочек. Назовем пару из мальчика и девочки хорошей, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.

Дискретная непрерывность

1. В ряд стоят несколько солдат. Рост соседей отличается не более чем на 2,4 см. В строю есть солдат ростом 152 см, и солдат ростом 198 см. Докажите, что есть солдат, чей рост отличается от 170 см не более, чем на 1,2 см.
2. В ряд сидит 15 мальчиков и 15 девочек
 - (а) Докажите, что можно выбрать 10 школьников подряд, чтобы среди них мальчиков и девочек было поровну.
 - (б) Всегда ли из них можно выбрать 20 школьников подряд, среди которых мальчиков и девочек поровну?
 - (с) Пусть теперь школьники сидят по кругу. Всегда ли можно из них выбрать 20 подряд, среди которых мальчиков и девочек поровну?
 - (д) А 18?
3. В ряд выложены 200 шаров, из них 100 черных и 100 красных, причем первый и последний шары – черные. Докажите, что можно убрать с правого края несколько шаров подряд так, чтобы красных и черных шаров осталось поровну.
4. В некоторых клетках таблицы 50×50 расставлены числа -1 и 1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице по абсолютной величине не превосходит 100. Докажите, что в некотором квадрате 25×25 сумма чисел по абсолютной величине не превосходит 25.
5. Существуют ли сто последовательных натуральных чисел, среди которых ровно пять простых?
6. В бесконечной последовательности натуральных чисел каждое следующее число получается прибавлением к предыдущему одной из его ненулевых цифр. Докажите, что в этой последовательности найдется четное число.
7. Дракон заточил в темницу рыцаря и выдал ему 100 разных монет, половина из которых волшебные (какие именно – знает только дракон). Каждый день рыцарь раскладывает все монеты на две кучки (не обязательно равные). Если в кучках окажется поровну волшебных монет или поровну обычных, дракон отпустит рыцаря. Сможет ли рыцарь гарантированно освободиться не позже, чем (а) на 50-й день? (б) на 25-й день?
8. По кругу стоят n мальчиков и n девочек. Назовем пару из мальчика и девочки хорошей, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.