11–2	Тренировочный вариант	14 января 2019

1. На столе лежит семь карточек. За один ход разрешается перевернуть любые пять карточек. Какое наименьшее число ходов необходимо совершить, чтобы перевернуть все карточки?

2. Назовём тройку положительных чисел (a, b, c) *удобной*, если система неравенств $ax^2 < bx + c$, $bx^2 < cx + a$, $cx^2 < ax + b$ имеет ровно два целых решения. Докажите, что тройка (a, b, c) удобна тогда и только тогда, когда a, b, c — длины сторон некоторого треугольника.

3. Найдите все такие пары натуральных чисел n и k, что $n > 1$, k — нечётно и $(n-1)! + 1 = n^k$.

4. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сфера S с центром на диагонали AC_1 пересекает рёбра AB, AD, AA_1 в точках K, L, M соответственно, а рёбра C_1D_1, C_1B_1, C_1C в точках K_1, L_1, M_1 соответственно. Оказалось, что плоскости KLM и $K_1L_1M_1$ параллельны, но треугольники KLM и $K_1L_1M_1$ не равны. Докажите, что диагональ AC_1 образует равные углы с рёбрами AB, AD и AA_1.

5. Шахматную доску разбили на двухклеточные прямоугольники. Каждый из них требуется закрасить каким-нибудь цветом так, чтобы любые две клетки доски, отстоящие на ход коня, были раскрашены в разные цвета. Какого наименьшего числа цветов заведомо хватит для этого?