

1. Рёбра полного графа на 2017 вершинах раскрашены в 504 цвета так, что нет одноцветных треугольников. Какое наибольшее количество треугольников с рёбрами трёх разных цветов может быть?

2. Вершины графа  $G$  можно раскрасить в несколько цветов так, чтобы вершин каждого цвета было хотя бы две. Докажите, что его вершины можно раскрасить и в  $\chi(G)$  цветов так, чтобы вершин каждого цвета было хотя бы две.

3. В двудольном графе  $G$  максимальная степень вершины равна  $d$ . Докажите, что его рёбра можно раскрасить в  $d$  цветов так, чтобы любые два ребра, исходящие из одной вершины, были раскрашены в разные цвета.

4. Докажите, что рёбра полного графа на 2018 вершинах можно раскрасить в 40 цветов так, чтобы при любой раскраске вершин этого графа в те же самые 40 цветов нашлись две вершины одного цвета, соединённые ребром того же цвета.

5. В графе степень каждой вершины равна 3. Оказалось, что число способов покрасить его рёбра правильным образом в 3 цвета не делится на 4. Докажите, что в этом графе есть гамильтонов цикл.

6. Сколько способами можно покрасить в чёрный цвет 2500 клеток доски  $100 \times 100$  так, чтобы любые две чёрные клетки не имели общей вершины, причём в любой строке и любом столбце было ровно 25 чёрных клеток?

7. 179 вершин правильного 2017-угольника раскрасили в красный цвет, а остальные вершины — в синий. Какое наибольшее количество одноцветных равнобедренных треугольников с вершинами в вершинах 2017-угольника могло образоваться?

1. Рёбра полного графа на 2017 вершинах раскрашены в 504 цвета так, что нет одноцветных треугольников. Какое наибольшее количество треугольников с рёбрами трёх разных цветов может быть?

2. Вершины графа  $G$  можно раскрасить в несколько цветов так, чтобы вершин каждого цвета было хотя бы две. Докажите, что его вершины можно раскрасить и в  $\chi(G)$  цветов так, чтобы вершин каждого цвета было хотя бы две.

3. В двудольном графе  $G$  максимальная степень вершины равна  $d$ . Докажите, что его рёбра можно раскрасить в  $d$  цветов так, чтобы любые два ребра, исходящие из одной вершины, были раскрашены в разные цвета.

4. Докажите, что рёбра полного графа на 2018 вершинах можно раскрасить в 40 цветов так, чтобы при любой раскраске вершин этого графа в те же самые 40 цветов нашлись две вершины одного цвета, соединённые ребром того же цвета.

5. В графе степень каждой вершины равна 3. Оказалось, что число способов покрасить его рёбра правильным образом в 3 цвета не делится на 4. Докажите, что в этом графе есть гамильтонов цикл.

6. Сколько способами можно покрасить в чёрный цвет 2500 клеток доски  $100 \times 100$  так, чтобы любые две чёрные клетки не имели общей вершины, причём в любой строке и любом столбце было ровно 25 чёрных клеток?

7. 179 вершин правильного 2017-угольника раскрасили в красный цвет, а остальные вершины — в синий. Какое наибольшее количество одноцветных равнобедренных треугольников с вершинами в вершинах 2017-угольника могло образоваться?