

Серия 3.

1. Можно ли расставить в вершинах пятиугольной призмы каких-либо десять положительных чисел так, чтобы суммы чисел на всех семи ее гранях были одинаковы?

2. За круглым столом сидят 6 мальчиков, изначально у каждого из них по 11 булочек. Каждую минуту один из мальчиков передает одну из имеющихся у него булочек своему соседу по часовой стрелке. Через 51 минуту у первого, третьего и пятого мальчика оказалось по 22 булочки, а у остальных — ни одной. Докажите, что каждый мальчик хотя бы раз передал одну из булочек.

3. На медосмотр пришли мальчики весом 39 кг и девочки весом 40 кг, всего не более 40 человек. Накануне девочки грозились принести на медосмотр своих хомячков (каждый хомяк весит 1 кг). На медосмотре выяснилось, что мальчики весят в сумме столько же, сколько девочки вместе с хомячками. Докажите, что девочки принесли как минимум 20 хомячков.

4. Дано натуральное число n , большее 10. Докажите, что существует единственное натуральное m , при любом разбиении которого на два натуральных слагаемых сумма цифр первого слагаемого и сумма цифр второго слагаемого вместе составляют n .

5. Точка M — середина стороны BC выпуклого четырехугольника $ABCD$, в котором $AC = BD = AD$. Оказалось, что угол AMD — прямой. Чему может быть равен угол между диагоналями четырехугольника $ABCD$?

6. В стране, состоящей из двух республик А и В, из городов республики А провели несколько дорог с односторонним движением в города республики В так, что из каждого города республики А выходит хотя бы одна дорога, а в каждый город республики В входит хотя бы одна дорога. В республиках по 100 городов. Докажите, что можно провести не более, чем 100 новых дорог с односторонним движением так, чтобы из любого города можно было проехать в любой другой, не нарушая правил. Разрешается соединять два города несколькими дорогами