Комбинаторные сказочки

7–8 класс

9.02.18

Придумайте задачу, с помощью которой можно доказать, что

1. $C_n^{n-k} = C_n^k$.

2. $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.

3. $kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$

4. $C_m^k \cdot C_n^m = C_n^k \cdot C_{n-k}^{m-k}$

5. $C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^k + \ldots + C_n^n = 2^n$.

6. $C_n^0 + C_n^2 + \ldots + C_n^{2k} + \ldots = 2^{n-1}$.

7. Не используя результат предыдущей задачи докажите, что
$C_n^0 + C_n^2 + \ldots + C_n^{2k} + \ldots = C_n^1 + C_n^3 + \ldots C_n^{2k+1} + \ldots$

8. $C_p^0 \cdot C_{n-p}^m + C_p^1 \cdot C_{n-p}^{m-1} + \ldots + C_p^k \cdot C_{n-p}^{m-k} + \ldots + C_p^m \cdot C_{n-p}^0 = C_n^m$.

9. $0 \cdot C_n^0 + 1 \cdot C_n^1 + \ldots + k \cdot C_n^k + \ldots + n \cdot C_n^n = n \cdot 2^{n-1}$.

10. $C_n^0 \cdot C_n^m + C_n^1 \cdot C_{n-1}^{m-1} + \ldots + C_n^k \cdot C_{n-k}^{m-k} + \ldots + C_n^m \cdot C_{n-m}^0 = 2^m \cdot C_n^m$.