

Сравнение по модулю. Продолжение

7–8 класс

30.01.18

1. Докажите, что $43^{101} + 23^{101}$ делится на 66.
2. Докажите, что $2^{70} + 3^{70}$ делится на 13.
3. Докажите, что $2222^{5555} + 5555^{2222}$ делится на 7.
4. Докажите, что $2^{48} - 1$ делится на 105.
5. Докажите, что $7^{2n} - 5^{2n}$ делится на 24.
6. При каких натуральных n число $20^n + 16^n - 3^n - 1$ делится на 323?
7. Докажите, что $2^{5n+3} + 5^n \cdot 3^{n+2}$ делится на 17.
8. Верно ли, что $23! \equiv 17! \pmod{10000}$?
9. Докажите, что $a^n - b^n$ делится на $a - b$ для любого натурального n .
10. Докажите, что $n^5 - n$ делится на 30 при любом натуральном n .
11. Докажите, что $2013! + \frac{4026!}{2013!}$ делится на 4027.
12. (а) Первоклассник Петя знает только цифры 1 и 2. Докажите, что он может написать число, делящееся на 123456789.
(б) А может он написать число, делящееся на 123456789 и состоящее только из единиц?