

## **Серия 4. Нам жалко говорить вам название листочка.**

**1.** В банке работают 2002 сотрудника. Все сотрудники пришли на юбилей, и их рассадили за один круглый стол. Известно, что зарплаты сидящих рядом различаются на 2 или 3 доллара. Какой наибольшей может быть разница двух зарплат сотрудников этого банка, если известно, что все зарплаты сотрудников различны?

**2.** На блюде лежат 10 кусков сыра разного веса. Сначала Вася режет каждый из кусков на два. Затем Петя и Вася разбирают эти 20 кусков, беря по очереди по одному, начинает Петя. Каждый старается получить как можно больше сыра по весу. Каков результат игры при наилучших действиях сторон?

**3.** Два мага сражаются друг с другом. Вначале они оба парят над морем на высоте 100 м. Маги по очереди применяют заклинания вида “уменьшить высоту парения над морем на  $a$  м у себя и на  $b$  м у соперника”, где  $a, b$  — действительные числа,  $0 < a < b$ . Набор заклинаний у магов конечен и одинаков, их можно использовать в любом порядке и неоднократно. Маг выигрывает дуэль, если после чьего-либо хода его высота над морем будет положительна, а у соперника — нет. Существует ли такой набор заклинаний, что второй маг может гарантированно выиграть (как бы ни действовал первый)?

**4.** Двое делят кусок сыра. Сначала первый режет сыр на два куска, потом второй — любой из кусков на два, и так далее, пока не получится пять кусков. Затем первый берёт себе один кусок, потом второй — один из оставшихся кусков, потом снова первый — и так, пока куски не закончатся. Для каждого игрока выяснить, какое наибольшее количество сыра он может себе гарантировать, как бы ни действовал его соперник.

**5.** В графе 2000 вершин. Степень каждой вершины меньше 40. Докажите, что можно выбрать 50 вершин, попарно не соединённых друг с другом.

**6.** Докажите, что в последовательности различных  $mn - m - n + 2$  чисел, обязательно найдется либо возрастающая подпоследовательности длины  $n$ , либо убывающая длины  $m$