# Тренировочная олимпиада

**1.** В 12 часов дня “Запорожец” и “Москвич” находились на расстоянии 90 км и начали двигаться навстречу друг другу с постоянной скоростью. Через два часа они снова оказались на расстоянии 90 км. Незнайка утверждает, что “Запорожец” до встречи с “Москвичом” и “Москвич” после встречи с “Запорожцем” проехали в сумме 60 км. Докажите, что он неправ.

**2.** Докажите, что при $n > 4$ можно разбить целые числа от 1 до $n$ на две группы так, чтобы сумма в одной равнялась произведению в другой?

**3.** На столе лежали шесть монет. Известно, что три из них – настоящие (весящие одинаково), а три других – фальшивые (также весящие одинаково), более легкие, чем настоящие. Вася принес с собой еще одну монету (одного из двух описанных типов). За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь он сможет наверняка выяснить, настоящая это монета или фальшивая?

**4.** Точка $I$ — центр вписанной окружности треугольника $ABC$. На луче $CI$ отметили точку $D$. Точки $K$ и $L$ — основания перпендикуляров из точки $I$ на прямые $AB$ и $AD$ соответственно. Прямая $BI$ пересекает отрезок $KL$ в точке $P$. Докажите, что угол $BPD$ прямой.

**5.** Клетки таблицы $100 \times 100$ покрашены в 100 цветов так, что клеток каждого цвета поровну. Докажите, что найдётся такая строка или столбец, что в ней присутствуют клетки хотя бы 10 различных цветов.