Конструктивы в ТЧ. Добавка

1. Верно ли, что уравнение $x^2+y^2-z^2=1997$ имеет бесконечно много решений в целых числах?

2. Натуральное число N представляется в виде $N=a_1-a_2=b_1-b_2=c_1-c_2=d_1-d_2$, где a_1 и a_2 – квадраты, b_1 и b_2 – кубы, c_1 и c_2 – пятые степени, а d_1 и d_2 – седьмые степени натуральных чисел. Обязательно ли среди чисел a_1, b_1, c_1 и d_1 найдутся два равных?

3. Сумма шестых степеней шести целых чисел на единицу больше, чем их ушестерённое произведение. Конечно или бесконечно множество шестерок целых чисел с таким свойством?

4. Радикалом натурального числа N (обозначается $rad(N)$) называется произведение всех простых делителей числа N, взятых по одному разу. Например, $rad(120)=2\cdot3\cdot5=30$. Существует ли такая тройка попарно взаимно простых натуральных чисел A, B, C, что $A+B=C$ и $C>1000rad(ABC)$?

Письменная задача

5. Существуют ли такие натуральные числа a, b, c, d, что $a^3+b^3+c^3+d^3=100^{100}$?

[ЦПМ, кружок по математике, 8 класс] Настигающие
[2017–2018] *17 февраля 2018*

Конструктивы в ТЧ. Добавка

1. Верно ли, что уравнение $x^2+y^2-z^2=1997$ имеет бесконечно много решений в целых числах?

2. Натуральное число N представляется в виде $N=a_1-a_2=b_1-b_2=c_1-c_2=d_1-d_2$, где a_1 и a_2 – квадраты, b_1 и b_2 – кубы, c_1 и c_2 – пятые степени, а d_1 и d_2 – седьмые степени натуральных чисел. Обязательно ли среди чисел a_1, b_1, c_1 и d_1 найдутся два равных?

3. Сумма шестых степеней шести целых чисел на единицу больше, чем их ушестерённое произведение. Конечно или бесконечно множество шестерок целых чисел с таким свойством?

4. Радикалом натурального числа N (обозначается $rad(N)$) называется произведение всех простых делителей числа N, взятых по одному разу. Например, $rad(120)=2\cdot3\cdot5=30$. Существует ли такая тройка попарно взаимно простых натуральных чисел A, B, C, что $A+B=C$ и $C>1000rad(ABC)$?

Письменная задача

5. Существуют ли такие натуральные числа a, b, c, d, что $a^3+b^3+c^3+d^3=100^{100}$?