

Конструктивы в ТЧ

1. Докажите, что найдется такое натуральное число $n > 1$, что произведение некоторых n последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых $n + 100$ последовательных натуральных чисел.
2. Существует ли 10 таких различных целых чисел, что сумма любых 9 из них является полным квадратом?
3. Докажите, что существует бесконечно много таких троек натуральных чисел (a, b, c) , что $a^{15} + b^{17} = c^{16}$.
4. Существует ли арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид $\frac{1}{n}$?
5. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?
6. Существуют ли такие натуральные числа a, b и c , что $a^2 - 1$ делится на b , $b^2 - 1$ делится на c и $c^2 - 1$ делится на a , причем $a + b + c > 2018$.
7. Существует ли такой набор из 1000 различных натуральных чисел, что для любых двух чисел из набора их сумма делится на их разность?
8. Докажите, что найдутся четыре таких целых числа a, b, c, d , по модулю больших 1000000, что

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{abcd}.$$

Письменная задача

9. Докажите, что существует бесконечно много арифметических прогрессий, состоящих из 2017 различных натуральных чисел таких, что в каждой из них произведение всех членов является точной 2018-й степенью.

Конструктивы в ТЧ

1. Докажите, что найдется такое натуральное число $n > 1$, что произведение некоторых n последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых $n + 100$ последовательных натуральных чисел.
2. Существует ли 10 таких различных целых чисел, что сумма любых 9 из них является полным квадратом?
3. Докажите, что существует бесконечно много таких троек натуральных чисел (a, b, c) , что $a^{15} + b^{17} = c^{16}$.
4. Существует ли арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид $\frac{1}{n}$?
5. Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?
6. Существуют ли такие натуральные числа a, b и c , что $a^2 - 1$ делится на b , $b^2 - 1$ делится на c и $c^2 - 1$ делится на a , причем $a + b + c > 2018$.
7. Существует ли такой набор из 1000 различных натуральных чисел, что для любых двух чисел из набора их сумма делится на их разность?
8. Докажите, что найдутся четыре таких целых числа a, b, c, d , по модулю больших 1000000, что

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{1}{abcd}.$$

Письменная задача

9. Докажите, что существует бесконечно много арифметических прогрессий, состоящих из 2017 различных натуральных чисел таких, что в каждой из них произведение всех членов является точной 2018-й степенью.