

Прыжки по кругу

1. Даны натуральные числа n и k , $n > k$. На окружности отмечено n точек, в одной из которых изначально сидит кузнечик. Этот кузнечик может прыгать вдоль окружности по часовой стрелке по отмеченным точкам, каждый раз перепрыгивая через $k - 1$ точку. (а) При каком условии на n и k кузнечик, совершая прыжки, побывает в каждой отмеченной точке? (б) В скольких отмеченных точках побывает кузнечик в общем случае?
2. По кругу расположены n луночек, в одной из которых лежит мина. Питирим и кузнечик играют в следующую игру. В начале игры кузнечик запрыгивает в одну из луночек. Далее за каждый ход Питирим называет натуральное число k (числа k могут отличаться на разных ходах), а кузнечик прыгает на k луночек по часовой либо против часовой стрелки на свой выбор. При каких n Питирим сможет взорвать кузнечика? И Питирим, и кузнечик знают расположение мины.
3. Даны натуральные n и k , $k < n$. Имеются красные и синие бусинки. Составляется круговое ожерелье из n бусинок. Ожерелье называется *счастливым*, если в нем нет двух красных бусинок, между которыми ровно $k - 1$ бусинок. Какое наибольшее количество красных бусинок может быть в счастливом ожерелье?
4. В вершинах правильного n -угольника расставлены числа от 1 до n так, что все расстояния между парами чисел, отличающимися на 1, одинаковые. Известно, что в трех подряд идущих вершинах стоят числа 179, 57, 1514 (в данном порядке). Найдите n .
5. Даны натуральные n и k , $k < n$. В фирме работают n сотрудников, зарплата каждого из которых выражается натуральным числом рублей. Каждый месяц начальник поднимает зарплату на 1 рубль некоторым k сотрудникам. При каких n и k он сможет сделать все зарплаты равными вне зависимости от начального распределения зарплат?
6. Окружность длины n разделена точками на n равных дуг. Кузнечик начинает прыгать с некоторой точки и делает $n - 1$ прыжков: на 1, на 2, ..., на $n - 1$ по часовой стрелке в **некотором** порядке. При каких n кузнечик сможет посетить все отмеченные точки?
7. Окружность длины n разделена точками на n равных дуг. Кузнечик начинает прыгать с некоторой точки и делает $n - 1$ прыжков: на 1, на 2, ..., на $n - 1$ по часовой стрелке в **указанном** порядке. При каких n кузнечик побывает во всех отмеченных точках?

Письменная задача

8. Петя как-то занумеровал вершины правильного n -угольника числами от 1 до n . Вася первым ходом ставит фишку в какую-то из вершин. Каждым последующим ходом он может передвинуть фишку из вершины A в вершину B , если между ними не больше 9 других вершин и число в B больше числа в A . Какое наибольшее количество вершин гарантированно сможет посетить Вася, как бы Петя ни нумеровал вершины, если (а) $n = 1001$; (б) $n = 2018$?

Прыжки по кругу

1. Даны натуральные числа n и k , $n > k$. На окружности отмечено n точек, в одной из которых изначально сидит кузнечик. Этот кузнечик может прыгать вдоль окружности по часовой стрелке по отмеченным точкам, каждый раз перепрыгивая через $k - 1$ точку. (а) При каком условии на n и k кузнечик, совершая прыжки, побывает в каждой отмеченной точке? (б) В скольких отмеченных точках побывает кузнечик в общем случае?
2. По кругу расположены n луночек, в одной из которых лежит мина. Питирим и кузнечик играют в следующую игру. В начале игры кузнечик запрыгивает в одну из луночек. Далее за каждый ход Питирим называет натуральное число k (числа k могут отличаться на разных ходах), а кузнечик прыгает на k луночек по часовой либо против часовой стрелки на свой выбор. При каких n Питирим сможет взорвать кузнечика? И Питирим, и кузнечик знают расположение мины.
3. Даны натуральные n и k , $k < n$. Имеются красные и синие бусинки. Составляется круговое ожерелье из n бусинок. Ожерелье называется *счастливым*, если в нем нет двух красных бусинок, между которыми ровно $k - 1$ бусинок. Какое наибольшее количество красных бусинок может быть в счастливом ожерелье?
4. В вершинах правильного n -угольника расставлены числа от 1 до n так, что все расстояния между парами чисел, отличающимися на 1, одинаковые. Известно, что в трех подряд идущих вершинах стоят числа 179, 57, 1514 (в данном порядке). Найдите n .
5. Даны натуральные n и k , $k < n$. В фирме работают n сотрудников, зарплата каждого из которых выражается натуральным числом рублей. Каждый месяц начальник поднимает зарплату на 1 рубль некоторым k сотрудникам. При каких n и k он сможет сделать все зарплаты равными вне зависимости от начального распределения зарплат?
6. Окружность длины n разделена точками на n равных дуг. Кузнечик начинает прыгать с некоторой точки и делает $n - 1$ прыжков: на 1, на 2, ..., на $n - 1$ по часовой стрелке в **некотором** порядке. При каких n кузнечик сможет посетить все отмеченные точки?
7. Окружность длины n разделена точками на n равных дуг. Кузнечик начинает прыгать с некоторой точки и делает $n - 1$ прыжков: на 1, на 2, ..., на $n - 1$ по часовой стрелке в **указанном** порядке. При каких n кузнечик побывает во всех отмеченных точках?

Письменная задача

8. Петя как-то занумеровал вершины правильного n -угольника числами от 1 до n . Вася первым ходом ставит фишку в какую-то из вершин. Каждым последующим ходом он может передвинуть фишку из вершины A в вершину B , если между ними не больше 9 других вершин и число в B больше числа в A . Какое наибольшее количество вершин гарантированно сможет посетить Вася, как бы Петя ни нумеровал вершины, если (а) $n = 1001$; (б) $n = 2018$?