

1. Докажите, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна её половине.
2. Четырёхугольник  $ABCD$  таков, что  $AB = AD + BC$ . Известно, что биссектриса угла  $A$  проходит через середину  $M$  стороны  $CD$ . Докажите, что и биссектриса угла  $B$  проходит через  $M$ .
3. Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  такова, что  $\angle ABD = 90^\circ$  и  $BC + CD = AD$ . Найдите отношение оснований  $\frac{AD}{BC}$ .
4. На медиане  $BM$  треугольника  $ABC$  взята точка  $P$  такая, что  $AP = BC$ . Прямая  $AP$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $D$ . Докажите, что  $BD = PD$ .
5. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  выполнены соотношения  $AB = BD$  и  $\angle ABD = \angle DBC$ . На диагонали  $BD$  нашлась точка  $K$  такая, что  $BK = BC$ . Докажите, что  $\angle KAD = \angle KCD$ .
6. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $BC$  проведена биссектриса  $BB_1$ . Оказалось, что  $BC = AB_1$ . Докажите, что  $BC = AB_1 = BB_1$ .
7. Точка  $K$  — середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . На катетах  $AC$  и  $BC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MKN = 90^\circ$ . Докажите, что из отрезков  $AM, BN, MN$  можно составить прямоугольный треугольник.
8. О выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $AC = 5BC$ ,  $AD = 4BC$ ,  $\angle ACB = \angle DAC = 90^\circ$ . Сторона  $AD$  поделена точками  $X_1, X_2, X_3$  на 4 равных отрезка. Найдите сумму углов  $BAC, BX_1C, BX_2C, BX_3C, BDC$ .
9. Точка  $M$  — середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . Точка  $D$  на стороне  $BC$  такова, что  $\angle BMA = \angle DMC$ . Оказалось, что  $CD + DM = BM$ . Докажите, что  $\angle ACB + \angle ABM = \angle BAC$ .

1. Докажите, что в прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна её половине.
2. Четырёхугольник  $ABCD$  таков, что  $AB = AD + BC$ . Известно, что биссектриса угла  $A$  проходит через середину  $M$  стороны  $CD$ . Докажите, что и биссектриса угла  $B$  проходит через  $M$ .
3. Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  такова, что  $\angle ABD = 90^\circ$  и  $BC + CD = AD$ . Найдите отношение оснований  $\frac{AD}{BC}$ .
4. На медиане  $BM$  треугольника  $ABC$  взята точка  $P$  такая, что  $AP = BC$ . Прямая  $AP$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $D$ . Докажите, что  $BD = PD$ .
5. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  выполнены соотношения  $AB = BD$  и  $\angle ABD = \angle DBC$ . На диагонали  $BD$  нашлась точка  $K$  такая, что  $BK = BC$ . Докажите, что  $\angle KAD = \angle KCD$ .
6. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $BC$  проведена биссектриса  $BB_1$ . Оказалось, что  $BC = AB_1$ . Докажите, что  $BC = AB_1 = BB_1$ .
7. Точка  $K$  — середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . На катетах  $AC$  и  $BC$  выбраны точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $\angle MKN = 90^\circ$ . Докажите, что из отрезков  $AM, BN, MN$  можно составить прямоугольный треугольник.
8. О выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $AC = 5BC$ ,  $AD = 4BC$ ,  $\angle ACB = \angle DAC = 90^\circ$ . Сторона  $AD$  поделена точками  $X_1, X_2, X_3$  на 4 равных отрезка. Найдите сумму углов  $BAC, BX_1C, BX_2C, BX_3C, BDC$ .
9. Точка  $M$  — середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ . Точка  $D$  на стороне  $BC$  такова, что  $\angle BMA = \angle DMC$ . Оказалось, что  $CD + DM = BM$ . Докажите, что  $\angle ACB + \angle ABM = \angle BAC$ .