

1. На концерте "Итальянцы в Кремле" участвовало n певцов: русские и итальянцы. Некоторые итальянцы спели с некоторыми русскими дуэтом не более одного раза. Каково максимальное возможное число песен, спетых таким образом?

2. В треугольнике ABC проведены биссектриса AL , медиана BM и высота CH . Оказалось, что треугольник LMH является равносторонним. Докажите, что и треугольник ABC является равносторонним.

3. В стране 2018 городов. Между любыми двумя городами либо ходят поезда, либо летают самолёты. Докажите, что либо все поезда, либо все самолёты можно разобрать на металлолом, чтобы на оставшемся виде транспорта можно было пропутешествовать по всем городам страны.

4. В ряд выложено 2018 кучек спичек, причём общее количество спичек нечётно. Стёпа и Артём по очереди забирают себе одну из кучек, причём каждый раз можно брать только одну из крайних кучек. Начинает Стёпа. Всегда ли Стёпа сможет взять себе суммарно спичек больше, чем Артём?

5. Денис катается на лифте 257-этажного небоскрёба. Изначально он находится на этаже с номером n . Каждый раз он возводит в квадрат номер этажа, на котором находится, и едет на этаж с номером, равным остатку от деления результата на 257. На каком наибольшем количестве этажей он сможет побывать?

6. Каждая точка плоскости покрашена в один из 2018 цветов. Докажите, что найдётся прямоугольник с 4 одноцветными вершинами.

7. Шесть кругов имеют общую точку. Докажите, что один из них содержит центр какого-то другого.

8. Существует ли бесконечная последовательность натуральных чисел такая, что для любого натурального k сумма любых k подряд идущих членов этой последовательности делится на $k + 1$?

9. О выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC + AD$. Пусть M — середина CD , а $\angle AMB = 90^\circ$. Докажите, что $AD \parallel BC$.

10. Каждая из 20 гирь весит целое число граммов. Известно, что нельзя, отложив некоторые из них, разделить оставшиеся на две кучи одинакового веса. Докажите, что общий вес гирь превосходит 1 тонну.

11. Парно взаимно простые натуральные числа a, b, c, d таковы, что произведение любых трёх из них при делении на оставшееся даёт один и тот же остаток r . Докажите, что $r \leq 2$.

1. На концерте "Итальянцы в Кремле" участвовало n певцов: русские и итальянцы. Некоторые итальянцы спели с некоторыми русскими дуэтом не более одного раза. Каково максимальное возможное число песен, спетых таким образом?

2. В треугольнике ABC проведены биссектриса AL , медиана BM и высота CH . Оказалось, что треугольник LMH является равносторонним. Докажите, что и треугольник ABC является равносторонним.

3. В стране 2018 городов. Между любыми двумя городами либо ходят поезда, либо летают самолёты. Докажите, что либо все поезда, либо все самолёты можно разобрать на металлолом, чтобы на оставшемся виде транспорта можно было пропутешествовать по всем городам страны.

4. В ряд выложено 2018 кучек спичек, причём общее количество спичек нечётно. Стёпа и Артём по очереди забирают себе одну из кучек, причём каждый раз можно брать только одну из крайних кучек. Начинает Стёпа. Всегда ли Стёпа сможет взять себе суммарно спичек больше, чем Артём?

5. Денис катается на лифте 257-этажного небоскрёба. Изначально он находится на этаже с номером n . Каждый раз он возводит в квадрат номер этажа, на котором находится, и едет на этаж с номером, равным остатку от деления результата на 257. На каком наибольшем количестве этажей он сможет побывать?

6. Каждая точка плоскости покрашена в один из 2018 цветов. Докажите, что найдётся прямоугольник с 4 одноцветными вершинами.

7. Шесть кругов имеют общую точку. Докажите, что один из них содержит центр какого-то другого.

8. Существует ли бесконечная последовательность натуральных чисел такая, что для любого натурального k сумма любых k подряд идущих членов этой последовательности делится на $k + 1$?

9. О выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC + AD$. Пусть M — середина CD , а $\angle AMB = 90^\circ$. Докажите, что $AD \parallel BC$.

10. Каждая из 20 гирь весит целое число граммов. Известно, что нельзя, отложив некоторые из них, разделить оставшиеся на две кучи одинакового веса. Докажите, что общий вес гирь превосходит 1 тонну.

11. Парно взаимно простые натуральные числа a, b, c, d таковы, что произведение любых трёх из них при делении на оставшееся даёт один и тот же остаток r . Докажите, что $r \leq 2$.