7 класс Симметрия и не только 9 декабря 2017

1. Докажите, что в одной точке пересекаются
а) серединные перпендикуляры к сторонам треугольника;
б) биссектрисы углов треугольника.

2. В четырехугольнике $ABCD$ равны стороны AB и CD. На серединном перпендикуляре к диагонали AC взяли точку E такую, что $\angle BAE = \angle ECD$. Докажите, что точка E лежит и на серединном перпендикуляре к диагонали BD.

3. Дан квадрат $ABCD$. На продолжении диагонали AC за точку C отмечена такая точка K, что $BK = AC$. Найдите угол BKC.

4. Дана M-образная ломаная $ABCDE$. Известно, что $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, K — середина BD. Докажите, что $AK = EK$.

5. На сторонах угла с вершиной O взяты точки A_1, A_2 и B_1, B_2 такие, что $OA_1 = OB_1$, $OA_2 = OB_2$. Отрезки A_1B_2 и A_2B_1 пересекаются в точке C. Докажите, что точка C лежит на биссектрисе этого угла.

6. Отрезки AD и CE — биссектрисы углов треугольника ABC. Точки K и M — основания перпендикуляров, опущенных из B на отрезки AD и CE соответственно. Докажите, что если $BK = KM$, то треугольник ABC — равнобедренный.

7. Точка C лежит внутри прямого угла AOB. Докажите, что периметр треугольника ABC больше $2OC$.

8. В треугольнике ABC на стороне AB отмечена точка D. Найдите точки E и F на сторонах BC и CA такие, что периметр треугольника DEF минимален.

9. Из точек A и B, лежащих на разных сторонах угла, восстановлены перпендикуляры к сторонам, пересекающие биссектрису угла в точках C и D. Докажите, что середина отрезка CD равноудалена от точек A и B.

7 класс Симметрия и не только 9 декабря 2017

1. Докажите, что в одной точке пересекаются
а) серединные перпендикуляры к сторонам треугольника;
б) биссектрисы углов треугольника.

2. В четырехугольнике $ABCD$ равны стороны AB и CD. На серединном перпендикуляре к диагонали AC взяли точку E такую, что $\angle BAE = \angle ECD$. Докажите, что точка E лежит и на серединном перпендикуляре к диагонали BD.

3. Дан квадрат $ABCD$. На продолжении диагонали AC за точку C отмечена такая точка K, что $BK = AC$. Найдите угол BKC.

4. Дана M-образная ломаная $ABCDE$. Известно, что $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, K — середина BD. Докажите, что $AK = EK$.

5. На сторонах угла с вершиной O взяты точки A_1, A_2 и B_1, B_2 такие, что $OA_1 = OB_1$, $OA_2 = OB_2$. Отрезки A_1B_2 и A_2B_1 пересекаются в точке C. Докажите, что точка C лежит на биссектрисе этого угла.

6. Отрезки AD и CE — биссектрисы углов треугольника ABC. Точки K и M — основания перпендикуляров, опущенных из B на отрезки AD и CE соответственно. Докажите, что если $BK = KM$, то треугольник ABC — равнобедренный.

7. Точка C лежит внутри прямого угла AOB. Докажите, что периметр треугольника ABC больше $2OC$.

8. В треугольнике ABC на стороне AB отмечена точка D. Найдите точки E и F на сторонах BC и CA такие, что периметр треугольника DEF минимален.

9. Из точек A и B, лежащих на разных сторонах угла, восстановлены перпендикуляры к сторонам, пересекающие биссектрису угла в точках C и D. Докажите, что середина отрезка CD равноудалена от точек A и B.