

1. Докажите, что сумма двух периодических последовательностей — периодическая последовательность.
2. а) Существует ли непериодическая последовательность из цифр 1 и 2?  
б) А если при этом в ней не должно быть трёх одинаковых цифр подряд?
3. Пусть  $m$  и  $n$  являются периодами последовательности.
  - а) Докажите, что  $m + n$  и  $m - n$  также являются периодами этой последовательности.
  - б) Докажите, что  $\text{НОД}(m, n)$  тоже является периодом этой последовательности.
4. Будет ли периодической последовательность 1234567891011... ?
5. Последовательность периодична с периодом 7. В ней оставлены только 1-й, 10-й, 100-й, 1000-й и т.д. члены. Докажите, что полученная последовательность — периодична.
6. В ряд стоит 2017 чисел. Первое число равно 1. Известно, что каждое число, кроме первого и последнего, равно сумме двух соседних. Найдите последнее число.
7. Конечная последовательность из  $N$  членов непостоянна и периодична с периодами 13 и 14. Каково наибольшее возможное значение  $N$ ?
8. Бесконечная последовательность такова, что для каждого ее члена существует число  $k$ , для которого все члены последовательности, начиная с этого члена, с шагом  $k$  равны. Обязательно ли такая последовательность периодична?
9. Бесконечная последовательность Морса нулей и единиц 011010011001... строится так: сперва 0, затем на каждом шаге к уже написанному куску приписывается кусок такой же длины, полученный заменой 0 на 1 и наоборот в имеющемся куске. Периодична ли эта последовательность?
10. На бесконечной в обе стороны ленте записан текст на русском языке. Известно, что в этом тексте число различных кусков из 15 символов равно числу различных кусков из 16 символов. Докажите, что на ленте записан периодический в обе стороны текст, например "...мамамыларамумамамы..."

1. Докажите, что сумма двух периодических последовательностей — периодическая последовательность.
2. а) Существует ли непериодическая последовательность из цифр 1 и 2?  
б) А если при этом в ней не должно быть трёх одинаковых цифр подряд?
3. Пусть  $m$  и  $n$  являются периодами последовательности.
  - а) Докажите, что  $m + n$  и  $m - n$  также являются периодами этой последовательности.
  - б) Докажите, что  $\text{НОД}(m, n)$  тоже является периодом этой последовательности.
4. Будет ли периодической последовательность 1234567891011... ?
5. Последовательность периодична с периодом 7. В ней оставлены только 1-й, 10-й, 100-й, 1000-й и т.д. члены. Докажите, что полученная последовательность — периодична.
6. В ряд стоит 2017 чисел. Первое число равно 1. Известно, что каждое число, кроме первого и последнего, равно сумме двух соседних. Найдите последнее число.
7. Конечная последовательность из  $N$  членов непостоянна и периодична с периодами 13 и 14. Каково наибольшее возможное значение  $N$ ?
8. Бесконечная последовательность такова, что для каждого ее члена существует число  $k$ , для которого все члены последовательности, начиная с этого члена, с шагом  $k$  равны. Обязательно ли такая последовательность периодична?
9. Бесконечная последовательность Морса нулей и единиц 011010011001... строится так: сперва 0, затем на каждом шаге к уже написанному куску приписывается кусок такой же длины, полученный заменой 0 на 1 и наоборот в имеющемся куске. Периодична ли эта последовательность?
10. На бесконечной в обе стороны ленте записан текст на русском языке. Известно, что в этом тексте число различных кусков из 15 символов равно числу различных кусков из 16 символов. Докажите, что на ленте записан периодический в обе стороны текст, например "...мамамыларамумамамы..."