

Серия 16. Комбинаторная геометрия. Режем на треугольники.

1. Треугольник несколькими прямыми разрежали на части. Доказать, что хотя бы одна из частей является треугольником.

2. Многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на треугольники. Докажите, что по крайней мере две из этих диагоналей отсекают от него треугольники.

3. Многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на треугольники. Докажите, что вершины многоугольника можно раскрасить в три цвета так, что все вершины каждого из полученных треугольников будут разного цвета.

4. Триангуляцией многоугольника называют его разбиение на треугольники, обладающее тем свойством, что эти треугольники либо имеют общую сторону, либо имеют общую вершину, либо не имеют общих точек (т. е. вершина одного треугольника не может лежать на стороне другого). Докажите, что треугольники триангуляции можно раскрасить в три цвета так, что имеющие общую сторону треугольники будут разного цвета.

5. Выпуклый n -угольник разбит на треугольники непересекающимися диагоналями, причем в каждой его вершине сходится нечетное число треугольников. Докажите, что n делится на 3.

Письменное домашнее задание.

1. Сколькими способами можно разрезать выпуклый а) шестиугольник; б) семиугольник непересекающимися диагоналями на треугольники?

2. Выпуклый N -угольник разбит диагоналями на треугольники (при этом диагонали не пересекаются внутри многоугольника). Треугольники раскрашены в чёрный и белый цвета так, что каждые два треугольника с общей стороной раскрашены в разные цвета. Для каждого N найдите максимум разности количества белых и количества чёрных треугольников.