

Алгоритм Евклида

1. Может ли наибольший общий делитель двух натуральных чисел быть больше их разности?
2. Каков наибольший возможный общий делитель чисел $9m + 7n$ и $3m + 2n$, если числа m и n не имеют общих делителей, кроме единицы?
3. Можно ли с помощью циркуля и линейки разделить угол 19° на 19 равных частей?
4. Найдите НОД($11 \dots 1, 11 \dots 1$). Здесь в первом числе 100 единиц, а во втором — 60.
5. Найдите НОД($x^n - 1, x^m - 1$).
6. Даны два многочлена $P(x)$ и $Q(x)$. Для каких многочленов $R(x)$ разрешимо следующее уравнение?

$$P(x)U(x) + Q(x)V(x) = R(x)$$

($U(x)$ и $V(x)$ — переменные многочлены.)

7. Найдите наименьшее натуральное число, не представимое в виде

$$\frac{2^a - 2^b}{2^c - 2^d},$$

где a, b, c, d — натуральные числа.

8. Есть шоколадка в форме равностороннего треугольника со стороной n , разделенная бороздками на равносторонние треугольники со стороной 1. Играют двое. За ход можно отломать от шоколадки треугольный кусок вдоль бороздки, съесть его, а остаток передать противнику. Тот, кто получит последний кусок — треугольник со стороной 1, — победитель. Тот, кто не может сделать ход, досрочно проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?