

Чередование и чётность

Группа 6-1

29.10.2016

1. По кругу написано 50 натуральных чисел, причём соседние два числа отличаются на 1. Может ли сумма всех чисел равняться 2016?
2. Может ли конь пройти с поля $a1$ на поле $h8$, побывав по дороге на каждом из остальных полей ровно один раз?
3. Можно ли выписать в ряд по одному разу цифры от 1 до 9 так, чтобы между единицей и двойкой, двойкой и тройкой, ..., восьмеркой и девяткой было нечётное число цифр?
4. По кругу расставлено 9 чисел — 4 единицы и 5 нулей. Каждую секунду над числами проделывают следующую операцию: между соседними числами ставят ноль, если они различны, и единицу, если они равны; после этого старые числа стирают. Могут ли через некоторое время все числа стать одинаковыми?
5. В каждой клетке квадратной таблицы размером 25×25 записано одно из чисел 1, 2, 3, ..., 25. При этом, во-первых, в клетках, симметричных относительно главной диагонали, записаны равные числа, и во-вторых, ни в какой строке и ни в каком столбце нет двух равных чисел. Докажите, что числа на главной диагонали попарно различны.
6. На хоккейном поле лежат три шайбы A , B и C . Хоккеист бьёт по одной из них так, что она пролетает между двумя другими. Так он делает 27 раз. Могут ли после этого шайбы оказаться на исходных местах?

Чётность

Группа 6-2

29.10.2016

1. Леонид Андреевич написал на листке бумаги число 20. Пятьдесят четыре пятиклассника передают листок друг другу, и каждый по своему усмотрению вычитает от него или прибавляет к нему 1. Может ли в результате получиться
(a) 9?
(b) 100?
2. Кузнечик прыгает по прямой либо на 1 метр вправо, либо на 3 метра влево. Может ли он вернуться в исходную точку через 101 прыжок?
3. По кругу написано 50 натуральных чисел, причём соседние два числа отличаются на 1. Может ли сумма всех чисел равняться 2016?
4. Кузнечик прыгает по прямой, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз — на 2 см и так далее. Мог ли он после 1234 прыжков оказаться там, где начинал?
5. По кругу в произвольном порядке расставлены числа от 1 до 101 (каждое число встречается ровно один раз). Докажите, что найдутся два соседних числа такие, что после их выкидывания оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.