

Разбиение на пары

5–6 класс

18.04.2017

- (а) На доске 25×25 расставлены 25 шашек, причём их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.

(б) В каждой клетке квадратной таблицы размером 25×25 записано одно из чисел $1, 2, 3, \dots, 25$. При этом, во-первых, каждое число записано ровно 25 раз, и во-вторых, в клетках, симметричных относительно главной диагонали, записаны равные числа. Докажите, что числа на главной диагонали попарно различны.
- Есть 100 гирек с массами $1, 2, \dots, 100$ г. Покажите как можно разложить гири на две кучки с равными массами и равным количеством гирь.
- Из натуральных чисел от 1 до 100 выбрано 50 различных. Оказалось, что сумма никаких двух из них не равна 100. Верно ли, что среди выбранных чисел всегда найдется квадрат какого-нибудь целого числа?
- В одном доме живут 9 мальчиков и одна девочка. Назовем *компанией* любую группу, состоящую из хотя бы двух детей из этого дома. Каких компаний больше и на сколько: с девочкой или без девочки?
- В норке живёт семья из 24 мышей. Каждую ночь ровно три из них отправляются на склад за сыром. Может ли так получиться, что в некоторый момент времени каждая мышка побывала на складе с каждой ровно по одному разу?
- 25 мальчиков и несколько девочек собрались на вечеринке и обнаружили забавную закономерность. Если выбрать любую группу не меньше чем из 10 мальчиков, а потом добавить к ним всех девочек, знакомых хотя бы с одним из этих мальчиков, то в получившейся группе число мальчиков окажется на 1 меньше, чем число девочек. Докажите, что некоторая девочка знакома не менее чем с 16 мальчиками.