

**Задачи на построения и геометрические места точек, связанные с площадями**

Построения и ГМТ, связанные с площадями, во многом, опираются на факты, связанные с равновеликостью фигур, которые обсуждались на первом занятии по площадям. Полезно вспомнить:

- 1) Как разбить треугольник на два, на три, на шесть равновеликих треугольников?
- 2) В трапеции проведены диагонали. Укажите все пары равновеликих треугольников и обоснуйте.
- 3) В выпуклом четырехугольнике последовательно соединили середины сторон. Какую часть от площади исходного четырехугольника составляет площадь полученного?

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Укажите геометрическое место таких точек  $M$ , лежащих внутри треугольника  $ABC$ , что  $S_{ACM} + S_{BCM} = S_{ABM}$ .
2. Постройте прямую, проходящую через заданную точку, лежащую на стороне треугольника, которая разбивает данный треугольник на две равновеликие части.
3. Укажите геометрическое место таких точек  $M$ , лежащих в плоскости треугольника  $ABC$ , что: а)  $S_{ACM} = S_{BCM}$ ; б)  $S_{ACM} = S_{BCM} = S_{ABM}$ .
4. Внутри данного треугольника  $ABC$  постройте точку  $M$  так, чтобы  $S_{AMB} : S_{BMC} : S_{CMA} = 3 : 2 : 1$ .
5. Внутри параллелограмма  $ABCD$  дана точка  $P$ . На границе параллелограмма постройте точку  $Q$  так, чтобы ломаная  $APQ$  разбивала его на две равновеликие части.
6. а) Внутри выпуклого четырехугольника  $ABCD$  укажите какую-нибудь точку  $M$  так, чтобы ломаная  $AMC$  разбивала его на две равновеликие части.  
б) Через вершину выпуклого четырехугольника проведите прямую, разбивающую его на две равновеликие части.  
в) Выпуклая фигура ограничена углом  $ABC$  и дугой  $BC$  (см. рисунок). Постройте прямую разбивающую ее на две равновеликие части.
7. а) Внутри трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  найдите множество точек  $M$  таких, что  $S_{ADM} + S_{BCM} = 0,5S_{ABCD}$ .  
б) Внутри выпуклого четырехугольника  $ABCD$  найдите множество точек  $M$  таких, что  $S_{ABM} + S_{CDM} = S_{ADM} + S_{BCM}$ .
8. а) Докажите, что любая прямая, делящая пополам площадь и периметр треугольника; проходит через центр его вписанной окружности.  
б)\* Объясните, как построить такую прямую.
9. Некоторая кривая  $\Gamma$  делит квадрат на две части равной площади. Существуют ли такие две точки  $A$  и  $B$  на этой кривой, что прямая  $AB$  проходит через центр  $O$  квадрата?

