

Примеры и контрпримеры_1

Все задачи этого занятия содержат вопросы вида: «Существует ли ...», «Можно ли ...», «Верно ли ...», и так далее. Для их решения вы должны привести ответ и пример (если ответ: «да»), либо ответ и контрпример (если ответ: «нет»). В некоторых случаях еще надо пояснить, почему созданная вами конструкция действительно существует и удовлетворяет условию задачи.

Задачи для самостоятельного решения

1. Существует ли шестиугольник, который одним прямолинейным разрезом можно разбить на 4 равных треугольника?
2. Можно ли разрезать неравносторонний треугольник на две части так, чтобы из этих частей можно было сложить трапецию, у которой две стороны данного треугольника являются: а) основаниями; б) боковыми сторонами?
3. Существует ли равнобедренный треугольник, который можно разбить на три треугольника так, чтобы из любых двух можно было опять сложить равнобедренный треугольник?
4. Каждая диагональ делит четырехугольник на два равнобедренных треугольника. Обязательно ли эти диагонали перпендикулярны?
5. Треугольник разбили на пять треугольников, ему подобных. Может ли исходный треугольник быть отличным от прямоугольного?
6. На плоскости отмечено несколько точек (больше трех). Известно, что если стереть любую точку, то оставшиеся точки будут симметричны относительно какой-нибудь прямой. Верно ли, что все отмеченные точки симметричны относительно какой-нибудь прямой?
7. Каждый из двух равных четырехугольников разрезали на два треугольника. Среди получившихся треугольников нет равных. Могут ли все треугольники быть подобными?
8. На плоскости нарисованы красные и синие квадраты, причем множество точек, являющихся вершинами синих квадратов, совпадает со множеством точек, являющихся вершинами красных. Верно ли, что какие-то два квадрата обязательно совпадают?
9. Существуют ли два многоугольника, у которых все вершины общие, но нет ни одной общей стороны?
10. Можно ли отметить на плоскости 8 точек и провести: а) 8; б) 9 прямых (каждую – ровно через две отмеченные точки) так, чтобы по обе стороны от каждой прямой было одинаковое количество точек?
11. Существует ли пятиугольник, который одним прямолинейным разрезом можно разбить на три части так, что из двух частей можно будет сложить третью?
12. На плоскости отметили 8 точек. Каждую пару точек соединили отрезком и к каждому такому отрезку построили серединный перпендикуляр. Могло ли оказаться так, что на каждом построенном перпендикуляре лежат ровно две отмеченные точки?