08.12.15

Геометрические неравенства_2

Продолжим работать с геометрическими неравенствами. Напомню еще раз, что:

1) Неравенство треугольника является двойным: $|a-b| < c < a+b$.

2) Напротив большей стороны треугольника лежит больший угол и наоборот, напротив большего угла треугольника лежит большая сторона.

3) Для окружности с диаметром *AB*: точка *C* лежит на окружности тогда и только тогда, когда угол *ACB* – прямой; точка *C* лежит внутри окружности тогда и только тогда, когда угол *ACB* – тупой; точка *C* лежит вне окружности тогда и только тогда, когда угол *ACB* – острый.

Упражнения и задачи для самостоятельного решения

1. а) Внутри стороны *AC* треугольника *ABC* отмечена точка *D*. Докажите, что длина отрезка *BD* меньше, чем хотя бы одна из сторон *AB* или *BC*.

б) Внутри сторон *AB* и *BC* треугольника *ABC* отмечены точки *M* и *K*. Докажите, что длина отрезка *MK* меньше, чем хотя бы одна из сторон треугольника *ABC*.

2. На сторонах *AB* и *AC* равнобедренного треугольника *ABC* (*AB* = *AC*) соответственно отмечены точки *M* и *N* так, что *AN* > *AM*. Прямые *MN* и *BC* пересекаются в точке *K*. Сравните длины отрезков *MK* и *MB.*

3. На сторонах выпуклого четырехугольника, как на диаметрах, построены круги. Докажите, что они полностью покрывают этот четырехугольник.

4. В четырехугольнике *ABCD*: $\angle A = \angle B$, $\angle D > \angle C$. Сравните длины сторон *AD* и *BC*.

5. В трапеции *ABCD* меньшее основание *BC* равно боковой стороне *CD*. Докажите, что если *AD* > 2*BC*, то угол *ABD* – тупой.

6. В остроугольном треугольнике *ABC* проведены биссектриса *AD* и высота *BE*. Докажите, что $\angle CED > 45°$.

7. Окружность, проходящая через вершины *A* и *B* и ортоцентр *H* треугольника *ABC* пересекает стороны *AC* и *BC* во внутренних точках. Докажите, что $60° < \angle C < 90°$.

8. В треугольнике *ABC* проведена высота *CD* к наибольшей стороне. Сравните: *AC* + *BD* и *BC* + *AD*, если угол *A* меньше угла *B.*

9. В остроугольном треугольнике *ABC* наибольшая из высот *AH* равна медиане *BM*. Докажите, что $\angle ABC < 60°$.

10. В треугольнике *ABC*: $\angle A = 57°$, $\angle B = 61°$. Сравните длину биссектрисы, проведенной из вершины *A*, и длину медианы, проведенной из вершины *B*.