## Дополнительные построения_2

На этом занятии вам опять будут предложены задачи, для рационального и красивого решения которых надо найти дополнительные построения. На предыдущем занятии в условиях задач, чаще всего, были заданы треугольники, поэтому при их решении использовались дополнительные построения, характерные для треугольников. На этом занятии в условиях задач чаще встречаются четырехугольники. В связи с этим, полезно вспомнить несколько «классических» задач, которые вы, возможно, уже рассматривали на школьных уроках или факультативах.

1) В параллелограмме $ABCD$ точка $M$ – середина стороны $AD$. В каком отношении отрезок $BM$ делит диагональ $AC$?

[1 : 2, считая от вершины $A$, *два способа: теорема Фалеса или точка пересечения медиан*)].

2) Объясните построение трапеции: а) по четырем сторонам; б) по основаниям и диагоналям; в) по диагонали и радиусу вписанной окружности, если эта трапеция – равнобокая.

На этих примерах мы вспомнили основные факты и типовые дополнительные построения, которые вам пригодятся при решении некоторых задач. Для остальных задач дополнительные построения надо будет придумать.

### Задачи для самостоятельного решения

**1.** В трапеции $ABCD$ диагонали $AC$ и $BD$ перпендикулярны. На большем основании $AD$ выбрана точка $M$ так, что $BM = MD = 3$ см. Найдите длину средней линии трапеции.

**2.** В трапеции с перпендикулярными диагоналями высота равна средней линии. Докажите, что трапеция равнобокая.

**3.** В невыпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы $A$, $B$ и $D$ равны по 45°. Докажите, что середины его сторон являются вершинами квадрата.

**4.** Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне $AB$ отмечена точка $M$ так, что $DM = AD$, а на стороне $AD$ – точка $N$ так, что $BN = AB$. Докажите, что $CM = CN$.

**5.** Дан равнобедренный прямоугольный треугольник $ABC$. На продолжениях катетов $AB$ и $AC$ отложены равные отрезки $BK$ и $CL$. Из точек $A$ и $B$ проведены перпендикуляры к $KC$, которые пересекли $KL$ в точках $F$ и $E$ соответственно. Докажите, что $EF = FL$.

**6.** В треугольнике $ABC$ на сторонах $AB$, $AC$ и $BC$ выбраны точки $D$, $E$ и $F$ соответственно так, что $BF = 2CF$, $CE = 2AE$ и угол $DEF$ – прямой. Докажите, что $DE$ – биссектриса угла $ADF$.

**7.** В выпуклом четырехугольнике $ABCD$: $AD = BC$, $\angle ABD + \angle CDB = 180°$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

**8.** В четырехугольнике $ABCD$: $\angle CAD + \angle BCA = 180°$ и $AB = BC + AD$. Докажите, что $\angle BAC + \angle ACD = \angle CDA$.

**9.** Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана точка $P$ так, что $\angle APB + \angle CPD = 180°$. Докажите, что $\angle PBC = \angle PDC$.

**10.** Вписанная окружность прямоугольного треугольника $ABC$ (угол $C$ – прямой) касается сторон $AB$, $BC$ и $CA$ в точках $C_1$, $A_1$, $B_1$ соответственно. Высоты треугольника $A_1B_1C_1$ пересекаются в точке $D$. Найдите расстояние между точками $C$ и $D$, если длины катетов треугольника $ABC$ равны 3 и 4.