

Интерполяция

9 класс

25.04.16

Упражнение. Значениями в скольких точках многочлен степени n задается однозначно?

1. Решите уравнение

$$c \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + b \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + a \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} = x.$$

Определение. Построение такого многочлена $P(x)$ степени не выше n , что $P(x_i) = y_i$, где $0 \leq i \leq n$, называется интерполяцией.

2. Выведите **интерполяционную формулу Лагранжа**

$$P(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{x-x_0}{x_i-x_0} \cdots \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \cdot \frac{x-x_{i+1}}{x_i-x_{i+1}} \cdots \frac{x-x_n}{x_i-x_n}.$$

3. Докажите, что если многочлен $f(x)$ степени n принимает целые значения в точках $x = 0, 1, \dots, n$, то он принимает целые значения во всех целых точках, при

- а) $n = 2$;
- б) $n = 3$;
- в) любом натуральном n .

4. Вася задумал многочлен десятой степени. Петя может назвать десять вещественных чисел и Вася сообщит ему значение многочлена при одном из названных значений переменной. При этом Вася не сообщает, какое именно число из названных Петей он подставил.

- а) Может ли Петя определить Васин многочлен за несколько вопросов?
- б) Если да, то какое наименьшее число вопросов ему для этого потребуется?

5. Пусть $P(x)$ — многочлен степени не выше n , для которого $P(i) = 2^i$ при $i = 0, 1, \dots, n$. Найдите $P(n+1)$.

Интерполяция

9 класс

25.04.16

Упражнение. Значениями в скольких точках многочлен степени n задается однозначно?

1. Решите уравнение

$$c \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + b \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + a \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} = x.$$

Определение. Построение такого многочлена $P(x)$ степени не выше n , что $P(x_i) = y_i$, где $0 \leq i \leq n$, называется интерполяцией.

2. Выведите **интерполяционную формулу Лагранжа**

$$P(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{x-x_0}{x_i-x_0} \cdots \frac{x-x_{i-1}}{x_i-x_{i-1}} \cdot \frac{x-x_{i+1}}{x_i-x_{i+1}} \cdots \frac{x-x_n}{x_i-x_n}.$$

3. Докажите, что если многочлен $f(x)$ степени n принимает целые значения в точках $x = 0, 1, \dots, n$, то он принимает целые значения во всех целых точках, при

- а) $n = 2$;
- б) $n = 3$;
- в) любом натуральном n .

4. Вася задумал многочлен десятой степени. Петя может назвать десять вещественных чисел и Вася сообщит ему значение многочлена при одном из названных значений переменной. При этом Вася не сообщает, какое именно число из названных Петей он подставил.

- а) Может ли Петя определить Васин многочлен за несколько вопросов?
- б) Если да, то какое наименьшее число вопросов ему для этого потребуется?

5. Пусть $P(x)$ — многочлен степени не выше n , для которого $P(i) = 2^i$ при $i = 0, 1, \dots, n$. Найдите $P(n+1)$.