

Симметрия

9 класс

11.04.16

1. С помощью циркуля и линейки постройте треугольник, если дана одна его вершина и три прямых, на которых лежат его биссектрисы.
2. Пусть B' и C' — проекции вершины A на биссектрисы углов B и C треугольника ABC соответственно. Докажите, что прямая $B'C'$ параллельна BC .
3. Дан бильярд в форме правильного 2016-угольника $A_1A_2 \dots A_{2016}$. Из середины стороны A_1A_2 выпустили шар, который, отразившись последовательно от сторон $A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{2016}A_1$ (по закону «угол падения равен углу отражения»), вернулся в исходную точку. Докажите, что траектория шара — правильный 2016-угольник.
4. На диаметре AB окружности отмечена случайная точка X . Через точку X проведена хорда CD , пересекающая AB под углом 45° . Докажите, что величина $CX^2 + DX^2$ не зависит от выбора точки X .
5. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина стороны BC , точка N — середина стороны CD , P — точка пересечения отрезков DM и BN . Докажите, что угол MAN равен углу BPM .
6. В треугольнике ABC угол A равен 60° . На лучах BA и CA отложены отрезки BX и CY , равные стороне BC . Докажите, что прямая XU проходит через точку пересечения биссектрис треугольника ABC .
7. Вписанная окружность касается сторон треугольника ABC в точках A_1, B_1 и C_1 ; точки A_2, B_2 и C_2 симметричны этим точкам относительно биссектрис соответствующих углов треугольника. Докажите, что $A_2B_2 \parallel AB$.

Симметрия

9 класс

11.04.16

1. С помощью циркуля и линейки постройте треугольник, если дана одна его вершина и три прямых, на которых лежат его биссектрисы.
2. Пусть B' и C' — проекции вершины A на биссектрисы углов B и C треугольника ABC соответственно. Докажите, что прямая $B'C'$ параллельна BC .
3. Дан бильярд в форме правильного 2016-угольника $A_1A_2 \dots A_{2016}$. Из середины стороны A_1A_2 выпустили шар, который, отразившись последовательно от сторон $A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{2016}A_1$ (по закону «угол падения равен углу отражения»), вернулся в исходную точку. Докажите, что траектория шара — правильный 2016-угольник.
4. На диаметре AB окружности отмечена случайная точка X . Через точку X проведена хорда CD , пересекающая AB под углом 45° . Докажите, что величина $CX^2 + DX^2$ не зависит от выбора точки X .
5. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина стороны BC , точка N — середина стороны CD , P — точка пересечения отрезков DM и BN . Докажите, что угол MAN равен углу BPM .
6. В треугольнике ABC угол A равен 60° . На лучах BA и CA отложены отрезки BX и CY , равные стороне BC . Докажите, что прямая XU проходит через точку пересечения биссектрис треугольника ABC .
7. Вписанная окружность касается сторон треугольника ABC в точках A_1, B_1 и C_1 ; точки A_2, B_2 и C_2 симметричны этим точкам относительно биссектрис соответствующих углов треугольника. Докажите, что $A_2B_2 \parallel AB$.