Подготовка к ММО 2

9 класс

10.03.16

Регистрация на Московскую математическую олимпиаду 2016 года

———————————————————————————————

http://olympiads.mccme.ru/mmo/2016/reg16.htm

1. Квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ принимает в точках $\frac{1}{a}$ и c значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена $f(x)$ имеют разные знаки.
2. Все коэффициенты квадратного трёхчлена – нечётные целые числа. Докажите, что у него нет корней вида $\frac{1}{n}$, где n — натуральное число.
3. Найдите все пары простых чисел p и q, обладающие следующим свойством: $7p + 1$ делится на q, а $7q + 1$ делится на p.
4. В выражении $(x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2)^{2006}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Докажите, что при некоторой степени переменной х получился отрицательный коэффициент.
5. Про положительные числа a, b, c, d, e известно, что $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = ab + ac + ad + ae + bc + bd + be + cd + ce + de$. Докажите, что среди этих чисел найдутся три, которые не могут быть длинами сторон одного треугольника.
6. Рациональные числа x, yz таковы, что все числа $x + y^2 + z^2, x^2 + y^2 + z$ и $x^2 + y^2 + z$ целые. Докажите, что число $2x$ целое.
7. Существуют ли два многочлена с целыми коэффициентами такие, что у каждого из них есть коэффициент, модуль которого больше 2015, но у произведения этих двух многочленов модули всех коэффициентов не превосходят 1?

Подготовка к ММО 2

9 класс

10.03.16

Регистрация на Московскую математическую олимпиаду 2016 года

———————————————————————————————

http://olympiads.mccme.ru/mmo/2016/reg16.htm

1. Квадратный трёхчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ принимает в точках $\frac{1}{a}$ и c значения разных знаков. Докажите, что корни трёхчлена $f(x)$ имеют разные знаки.
2. Все коэффициенты квадратного трёхчлена – нечётные целые числа. Докажите, что у него нет корней вида $\frac{1}{n}$, где n — натуральное число.
3. Найдите все пары простых чисел p и q, обладающие следующим свойством: $7p + 1$ делится на q, а $7q + 1$ делится на p.
4. В выражении $(x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2)^{2006}$ раскрыли скобки и привели подобные слагаемые. Докажите, что при некоторой степени переменной х получился отрицательный коэффициент.
5. Про положительные числа a, b, c, d, e известно, что $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = ab + ac + ad + ae + bc + bd + be + cd + ce + de$. Докажите, что среди этих чисел найдутся три, которые не могут быть длинами сторон одного треугольника.
6. Рациональные числа x, yz таковы, что все числа $x + y^2 + z^2, x^2 + y^2 + z$ и $x^2 + y^2 + z$ целые. Докажите, что число $2x$ целое.
7. Существуют ли два многочлена с целыми коэффициентами такие, что у каждого из них есть коэффициент, модуль которого больше 2015, но у произведения этих двух многочленов модули всех коэффициентов не превосходят 1?