Геометрический разнобой

9 класс

21.09.15

1. Две окружности пересекаются в точках A и B. Через точку B проводится прямая, пересекающая вторично окружности в точках C и D, а затем через точки C и D проводятся касательные к этим окружностям. Докажите, что точки A, C, D и точка P пересечения касательных лежат на одной окружности.

2. AH – высота остроугольного треугольника ABC, K и L – основания перпендикуляров, опущенных из точки H на стороны AB и AC. Докажите, что точки B, K, L и C лежат на одной окружности.

3. В окружности проведены две пересекающиеся хорды AB и CD. На отрезке AB взяли точку M так, что $AM = AC$, а на отрезке CD – точку N так, что $DN = DB$. Докажите, что если точки M и N не совпадают, то прямая MN параллельна прямой AD.

4. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Перпендикуляр, опущенный из вершины C на биссектрису угла ABD, пересекает прямую AB в точке C_1; перпендикуляр, опущенный из вершины B на биссектрису угла ACD, пересекает прямую CD в точке B_1. Докажите, что $B_1C_1 || AD$.

5. Дан треугольник ABC. На продолжениях сторон AB и CB за точку B взяты точки C_1 и A_1 соответственно так, что $AC = A_1C = AC_1$. Докажите, что описанные окружности треугольников ABA_1 и CBC_1 пересекаются на биссектрисе угла B.

6. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка M так, что точка пересечения медиан треугольника ABM лежит на описанной окружности треугольника ACM, а точка пересечения медиан треугольника ACM лежит на описанной окружности треугольника ABM. Докажите, что медианы треугольников ABM и ACM из вершины M равны.