

Разной по комбинаторике

группа 9-1

18.01.2016

1. В 10 коробках лежат карандаши. Известно, что в разных коробках разное число карандашей, причём в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, что можно выбрать из каждой коробки по карандашу так, что все они будут разных цветов.
2. Круг разделен на 2016 секторов, и в каждом написано натуральное число. В один из секторов ставится фишка. Каждым ходом прочитывается число в секторе где фишка, фишка сдвигается на это число секторов по часовой стрелке, и там, где она остановилась, число увеличивается на 1. Докажите, что через некоторое число ходов все числа станут больше миллиона.
3. Есть 4 камня, каждый весит целое число граммов. Есть чашечные весы со стрелкой, показывающей, на какой из двух чаш масса больше и на сколько граммов. Можно ли за 4 взвешивания узнать про все камни, сколько какой весит, если в одном из этих взвешиваний весы могут ошибиться на 1 грамм?
4. Ваня задумал два положительных числа x и y . Он записал числа $x + y$, $x - y$, xy и x/y и показал Пете, но не сказал, какое число какой операцией получено. Может ли Петя однозначно восстановить x и y ?
5. На окружности в разных точках сидят 12 кузнечиков. Эти точки делят окружность на 12 дуг. Отметим 12 середин этих дуг. По сигналу кузнечики одновременно прыгают, каждый — в ближайшую по часовой стрелке отмеченную точку. Снова образуются 12 дуг, прыжки в середины дуг повторяются и т. д. Может ли хотя бы один кузнечик вернуться в свою исходную точку после того, как им сделано а) 12 прыжков; б) 13 прыжков?
6. Таблица $2n \times 2n$ заполнена числами, по модулю не превосходящими 1. Сумма всех чисел в таблице равна 0. Докажите, что найдется строка или столбец, сумма чисел в которой (в котором) по модулю не превосходит n .