

Бонифация листок

Гробарий

1. При выкидывании любых k вершин граф остается связным. Докажите, что для любой $k + 1$ вершины найдется несамопересекающийся цикл, содержащий все эти вершины.
2. Двое играют в следующую игру. Есть последовательность из n крестиков и ноликов. За один ход разрешается взять любые k ($k = 1, \dots, n$) подряд идущих знака таких, что эта последовательность начинается с крестика, а все остальные знаки в ней - нолики (допускается последовательность из одного крестика), и инвертировать её (заменить крестик на нолик и нолики на крестики). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре (в зависимости от начальной позиции)?
3. Решите в целых числах уравнение $3^x + 5 = 2^y$.
4. Для каждого натурального $n > 1$ обозначим через d_n наибольший его делитель, меньший самого числа n . Докажите, что для бесконечно многих n число $d_n + d_{n+1}$ является точным квадратом.

Аукцион

В этих задачах получить точный ответ руками почти наверное не удастся, но можно попытаться придумать как можно более точные оценки сверху и снизу. Оценка должна иметь вид формулы разумного размера, чтобы мне было не лень вбить её в эксель. Кто продвинется, тот молодец. О своих свершениях можно сообщать и по почте rogudin.gleb@gmail.com.

1. Сколькими способами можно замостить квадрат 10×10 доминошками?
(258584046368)
2. Имеется четыре колышка и 40 дисков разного размера. Исходно все диски насажены на один колышек в порядке возрастания размера сверху вниз. Верхний диск с колышка можно переложить на другой колышек, если там ничего нет, или если там лежит диск большего размера. За какое наименьшее число операций можно все диски переместить на другой колышек?