

Серия 27. Угадывание.

1. Имеется 7 с виду одинаковых шаров, из которых два радиоактивные. Дозиметром можно проверить на радиоактивность любую группу шаров. За какое наименьшее число проверок можно выявить оба радиоактивных шара?

2. Имеется множество билетов с номерами от 1 до 30 (номера могут повторяться). Каждый из учеников вытянул один билет. Учитель может произвести следующую операцию: прочитать список из нескольких (возможно - одного) номеров и попросить их владельцев поднять руки. Сколько раз он должен проделать такую операцию, чтобы узнать номер каждого ученика?

3. Есть 40 коробок, в одной из них приз. Ведущий знает, где приз. Зритель может послать ведущему несколько записок с вопросами, требующих ответа “да” или “нет”. Ведущий вытаскивает записки из пачки, читает их и сообщает зрителю количество ответов “да”.

а) Зритель может послать ведущему только одну группу записок, и получить на нее ответ. Какое наименьшее число записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где приз?

б) Если после первого ответа ведущего зритель все еще не знает, где приз, он может послать еще одну группу записок на тех же условиях (но только один раз — то есть всего две группы записок). Какое наименьшее число записок нужно послать, чтобы наверняка узнать, где приз?

4. У вас есть 10 шаров, 5 из которых радиоактивные. У вас есть прибор, в который можно положить 3 шара и узнать, есть ли среди них радиоактивный. Сможете ли вы за 10 операций узнать про данный шар, радиоактивный ли он?

5. Имеется 13 грузов с различными массами. И есть хитрый прибор, который из 5 грузов находит средний по массе. Как за 15 операций найти средний по массе из всех?

6. У Миши есть весы, показывающие массу взвешиваемого предмета не совсем правильно — либо на один грамм больше настоящего значения, либо на один грамм меньше (каждый раз весы обязательно ошибаются, но неизвестно, в какую сторону). Можно взвешивать любое количество предметов любое количество раз. У Миши есть 100 предметов весом не менее 10 грамм каждый. Обязательно ли Игорь сможет определить массы своих предметов с помощью этих весов?

7. На плоскости отметили все вершины правильного n -угольника, а также его центр. Затем нарисовали контур этого n -угольника, и центр соединили со всеми вершинами; в итоге n -угольник разбился на n треугольников. Вася записал в каждую отмеченную точку по числу (среди чисел могут быть равные). В каждый треугольник разбиения он записал в произвольном порядке три числа, стоящих в его вершинах; после этого он стёр числа в отмеченных точках. При каких n по тройкам чисел, записанным в треугольниках, Петя всегда сможет восстановить число в каждой отмеченной точке?

8. Два фокусника показывают зрителю такой фокус. У зрителя есть 78 карточек, пронумерованных числами от 1 до 78. Он выбирает из них 40 карточек и передает первому фокуснику. Тот возвращает зрителю две из них. Зритель добавляет к этим двум одну из оставшихся у него 38 карточек и, перемешав, передает эти три карточки второму фокуснику. Как фокусникам договориться, чтобы второй всегда с гарантией мог определить, какую из трех карточек добавил зритель?

9. Перед экстрасенсом кладут колоду из 36 карт рубашкой вверх. Он называет масть верхней карты, после чего карту открывают, показывают ему и откладывают в сторону. После этого экстрасенс называет масть следующей карты, и т. д. Задача экстрасенса — угадать масть как можно большего числа карт. Рубашки карт несимметричны, и экстрасенс видит в каком из двух положений лежит верхняя карта. Колода подготовлена подкупленным служащим. Служащий знает порядок карт в колоде и, хотя изменить его не может, зато может подсказать, располагая рубашки карт так или иначе согласно договоренности. Докажите, что экстрасенс с помощью такой подсказки может угадать масть не менее чем у 24 карт.

10. Гриша нарисовал большой и красивый граф G на 100 вершинах. Потом нарисовал 100 графов на 99 вершинах, полученных из G выкидыванием одной вершины и всех выходящих из нее ребер. Гриша взял 100 листочков бумаги и для каждого из 100 полученных графов выписал на листочек степени его вершин. Потом Гриша передал Егору 100 листочков с числами. Сможет ли Егор узнать степени вершин первоначального графа?