

1. Пусть $\{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ - множество всех натуральных делителей натурального числа n . Известно, что $d_1 + d_2 + \dots + d_m - m \sqrt[m]{d_1 \cdot \dots \cdot d_m} = (\sqrt{n} - 1)^2$. Найдите n .
2. Существуют ли такие ненулевые числа a, b, c , что при любом $n > 3$ можно найти многочлен вида $P_n(x) = x^n + \dots + ax^2 + bx + c$, имеющий ровно n (не обязательно различных) целых корней?
3. Дана треугольная пирамида. Леша хочет выбрать два скрещивающихся ребра и на них, как на диаметрах, построить шары. Всегда ли он может выбрать такую пару, что любая точка пирамиды лежит хотя бы в одном из шаров.
4. Назовем любую последовательность из букв А и Б словом. Назовем слово Y *потомком* слова X , если Y получается из X вычеркиванием некоторых букв (например, слово ААБА имеет 8 потомков: А, Б, АА, АБ, БА, ААБ, АБА, ААА). Для каждого натурального n определите, какое наибольшее количество потомков может иметь n -буквенное слово.

1. Пусть $\{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ - множество всех натуральных делителей натурального числа n . Известно, что $d_1 + d_2 + \dots + d_m - m \sqrt[m]{d_1 \cdot \dots \cdot d_m} = (\sqrt{n} - 1)^2$. Найдите n .
2. Существуют ли такие ненулевые числа a, b, c , что при любом $n > 3$ можно найти многочлен вида $P_n(x) = x^n + \dots + ax^2 + bx + c$, имеющий ровно n (не обязательно различных) целых корней?
3. Дана треугольная пирамида. Леша хочет выбрать два скрещивающихся ребра и на них, как на диаметрах, построить шары. Всегда ли он может выбрать такую пару, что любая точка пирамиды лежит хотя бы в одном из шаров.
4. Назовем любую последовательность из букв А и Б словом. Назовем слово Y *потомком* слова X , если Y получается из X вычеркиванием некоторых букв (например, слово ААБА имеет 8 потомков: А, Б, АА, АБ, БА, ААБ, АБА, ААА). Для каждого натурального n определите, какое наибольшее количество потомков может иметь n -буквенное слово.

1. Пусть $\{d_1, d_2, \dots, d_m\}$ - множество всех натуральных делителей натурального числа n . Известно, что $d_1 + d_2 + \dots + d_m - m \sqrt[m]{d_1 \cdot \dots \cdot d_m} = (\sqrt{n} - 1)^2$. Найдите n .
2. Существуют ли такие ненулевые числа a, b, c , что при любом $n > 3$ можно найти многочлен вида $P_n(x) = x^n + \dots + ax^2 + bx + c$, имеющий ровно n (не обязательно различных) целых корней?
3. Дана треугольная пирамида. Леша хочет выбрать два скрещивающихся ребра и на них, как на диаметрах, построить шары. Всегда ли он может выбрать такую пару, что любая точка пирамиды лежит хотя бы в одном из шаров.
4. Назовем любую последовательность из букв А и Б словом. Назовем слово Y *потомком* слова X , если Y получается из X вычеркиванием некоторых букв (например, слово ААБА имеет 8 потомков: А, Б, АА, АБ, БА, ААБ, АБА, ААА). Для каждого натурального n определите, какое наибольшее количество потомков может иметь n -буквенное слово.