

1. Вписанная окружность равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) касается его боковых сторон BC и AB в точках E и F . Через точку A проведен внутри угла EAB луч, пересекающий вписанную окружность в точках P и Q . Прямые EP и EQ пересекают прямую AC в точках P' и Q' . Докажите, что $P'A = Q'C$.
2. На столе лежат 365 карточек, на обратной стороне которых написаны различные числа. За один рубль Вася может выбрать три карточки и попросить Петю положить их слева направо так, чтобы числа на карточках располагались в порядке возрастания. Может ли Вася, потратив 2000 рублей, с гарантией выложить все 365 карточек на стол слева направо так, чтобы числа на них располагались в порядке возрастания?
3. 100 мудрецов сидят в большом зале за партами. На каждого мудреца надевают колпак с некоторым номером от 1 до 100, после чего каждый из них оглядывается и записывает на бумаге некоторое число. Могут ли они изначально договориться записывать числа так, чтобы по крайней мере один из мудрецов написал на бумаге номер своего колпака?
4. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел n , таких что $2^{2^n+1} + 1$ делится на n , но не делится на $2^n + 1$.

1. Вписанная окружность равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) касается его боковых сторон BC и AB в точках E и F . Через точку A проведен внутри угла EAB луч, пересекающий вписанную окружность в точках P и Q . Прямые EP и EQ пересекают прямую AC в точках P' и Q' . Докажите, что $P'A = Q'C$.
2. На столе лежат 365 карточек, на обратной стороне которых написаны различные числа. За один рубль Вася может выбрать три карточки и попросить Петю положить их слева направо так, чтобы числа на карточках располагались в порядке возрастания. Может ли Вася, потратив 2000 рублей, с гарантией выложить все 365 карточек на стол слева направо так, чтобы числа на них располагались в порядке возрастания?
3. 100 мудрецов сидят в большом зале за партами. На каждого мудреца надевают колпак с некоторым номером от 1 до 100, после чего каждый из них оглядывается и записывает на бумаге некоторое число. Могут ли они изначально договориться записывать числа так, чтобы по крайней мере один из мудрецов написал на бумаге номер своего колпака?
4. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел n , таких что $2^{2^n+1} + 1$ делится на n , но не делится на $2^n + 1$.

1. Вписанная окружность равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) касается его боковых сторон BC и AB в точках E и F . Через точку A проведен внутри угла EAB луч, пересекающий вписанную окружность в точках P и Q . Прямые EP и EQ пересекают прямую AC в точках P' и Q' . Докажите, что $P'A = Q'C$.
2. На столе лежат 365 карточек, на обратной стороне которых написаны различные числа. За один рубль Вася может выбрать три карточки и попросить Петю положить их слева направо так, чтобы числа на карточках располагались в порядке возрастания. Может ли Вася, потратив 2000 рублей, с гарантией выложить все 365 карточек на стол слева направо так, чтобы числа на них располагались в порядке возрастания?
3. 100 мудрецов сидят в большом зале за партами. На каждого мудреца надевают колпак с некоторым номером от 1 до 100, после чего каждый из них оглядывается и записывает на бумаге некоторое число. Могут ли они изначально договориться записывать числа так, чтобы по крайней мере один из мудрецов написал на бумаге номер своего колпака?
4. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел n , таких что $2^{2^n+1} + 1$ делится на n , но не делится на $2^n + 1$.