

Серия 32. Разнойой.

252. 2016 мальчиков выбирают девочек. Каждый мальчик выбирает ровно двух девочек: одну блондинку и одну брюнетку. Оказалось, что для любого натурального числа k , $1 \leq k \leq 80$, найдется девочка (блондинка или брюнетка), которую выбрали ровно k мальчиков. Докажите, что какие-то два мальчика выбрали одних и тех же девочек.

253. Действительные числа a, b, c, d удовлетворяют следующим равенствам. $abc - d = 1$, $bcd - a = 2$, $cda - b = 3$, $dab - c = -6$. Докажите, что $a + b + c + d \neq 0$.

254. Пусть ABC – равнобедренный треугольник, $AB = AC$. Биссектрисы углов A и B пересекают BC и AC в точках D и E соответственно. Пусть K – центр вписанной окружности треугольника ADC . Положим, что $\angle BEK = 45^\circ$. Найдите все возможные значения угла BAC .

255. В ряд стоят бесконечно много мудрецов, пронумерованных натуральными числами, каждый видит всех с большим номером. У каждого на голову надета шапка чёрного или белого цвета. Все одновременно называют цвет. Докажите, что они могут действовать так, чтобы ошиблось лишь конечное число мудрецов.

256. На столе лежал проволочный треугольник с углами $x^\circ, y^\circ, z^\circ$. Хулиган Коля согнул каждую сторону треугольника на один градус, в результате чего получился невыпуклый шестиугольник с внутренними углами $(x - 1)^\circ, 181^\circ, (y - 1)^\circ, 181^\circ, (z - 1)^\circ, 181^\circ$. Докажите, что точки сгиба делили стороны исходного треугольника в одном и том же отношении.

257. Кирилл написал на заборе в строчку число 21 несколько раз. Докажите, что полученное число $212121 \dots 21$ не является точным квадратом.

Серия 32. Разнойой.

252. 2016 мальчиков выбирают девочек. Каждый мальчик выбирает ровно двух девочек: одну блондинку и одну брюнетку. Оказалось, что для любого натурального числа k , $1 \leq k \leq 80$, найдется девочка (блондинка или брюнетка), которую выбрали ровно k мальчиков. Докажите, что какие-то два мальчика выбрали одних и тех же девочек.

253. Действительные числа a, b, c, d удовлетворяют следующим равенствам. $abc - d = 1$, $bcd - a = 2$, $cda - b = 3$, $dab - c = -6$. Докажите, что $a + b + c + d \neq 0$.

254. Пусть ABC – равнобедренный треугольник, $AB = AC$. Биссектрисы углов A и B пересекают BC и AC в точках D и E соответственно. Пусть K – центр вписанной окружности треугольника ADC . Положим, что $\angle BEK = 45^\circ$. Найдите все возможные значения угла BAC .

255. В ряд стоят бесконечно много мудрецов, пронумерованных натуральными числами, каждый видит всех с большим номером. У каждого на голову надета шапка чёрного или белого цвета. Все одновременно называют цвет. Докажите, что они могут действовать так, чтобы ошиблось лишь конечное число мудрецов.

256. На столе лежал проволочный треугольник с углами $x^\circ, y^\circ, z^\circ$. Хулиган Коля согнул каждую сторону треугольника на один градус, в результате чего получился невыпуклый шестиугольник с внутренними углами $(x - 1)^\circ, 181^\circ, (y - 1)^\circ, 181^\circ, (z - 1)^\circ, 181^\circ$. Докажите, что точки сгиба делили стороны исходного треугольника в одном и том же отношении.

257. Кирилл написал на заборе в строчку число 21 несколько раз. Докажите, что полученное число $212121 \dots 21$ не является точным квадратом.