

Кружок в Хамовниках. 2015-2016 учебный год. 10 класс.
Серия 30. Системы линейных уравнений.

*Маме и сыну вместе 42 года.
Сколько лет сыну?*

с одной олимпиады

Решите системы линейных уравнений (только ответ, решения не нужно).

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 4x + 5y + 6z = 0, \\ 7x + 8y + 9z = 0. \end{cases}$$

239. По кругу написаны 1000 чисел и известно, что суммы любых k подряд идущих равны. При каких k можно сделать вывод, что все числа равны?

240. Проанализировав метод Гаусса, докажите, что:

- а) Если все коэффициенты в системе линейных уравнений – рациональные числа, и у системы есть хотя бы одно решение, то есть и рациональное решение.
б) Если в системе линейных уравнений уравнений меньше, чем неизвестных, то у неё не может быть ровно одно решение.
в) Если у системы n линейных уравнений с n неизвестными ровно одно решение, то если произвольным образом поменять числа в правой части системы, то получится система с одним решением.

241. Внутри отрезка $[0, 1]$ выбрали n различных точек. Отмеченной точкой назовём одну из n выбранных или конец отрезка. Оказалось, что любая из внутренних n точек является серединой какого-то отрезка с вершинами в отмеченных. Докажите, что все точки рациональные.

242. Имеется клетчатая таблица $(k + 2) \times (l + 2)$, в её граничных клетках расставлены какие-то действительные числа. Докажите, что в клетках центрального прямоугольника $k \times l$ можно расставить числа так, чтобы каждое из этих kl чисел равнялось среднему арифметическому своих четырёх соседей по стороне.