

Кружок в Хамовниках. 2015-2016 учебный год. 10 класс.

### Серия 27. Разнобой по геометрии.

**214.** В четырёхугольнике  $ABCD$  стороны  $AD$  и  $BC$  параллельны. Докажите, что если биссектрисы углов  $DAC$ ,  $DBC$ ,  $ACB$  и  $ADB$  образовали ромб, то  $AB = CD$ .

**215.** Дан треугольник  $ABC$ . Обозначим через  $M$  середину стороны  $AC$ , а через  $P$  – середину отрезка  $CM$ . Описанная окружность треугольника  $ABP$  пересекает сторону  $BC$  во внутренней точке  $Q$ . Докажите, что  $\angle ABM = \angle MQP$ .

**216.** Через точку пересечения высот остроугольного треугольника  $ABC$  проходят три окружности, каждая из которых касается одной из сторон треугольника в основании высоты. Докажите, что вторые точки пересечения окружностей являются вершинами треугольника, подобного исходному.

**217.** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$ :  $AC$  перпендикулярно  $BD$ ,  $\angle BCA = 10^\circ$ ,  $\angle BDA = 20^\circ$ ,  $\angle BAC = 40^\circ$ . Найдите  $\angle BDC$ .

**218.** В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $BB_1$  и  $CC_1$ . Известно, что центр описанной окружности треугольника  $BB_1C_1$  лежит на прямой  $AC$ . Найдите угол  $C$  треугольника.

**219.** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, проходящая через вершину  $B$  и центр  $O$  его описанной окружности, вторично пересекает стороны  $BC$  и  $BA$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что ортоцентр треугольника  $POQ$  лежит на прямой  $AC$ .

Кружок в Хамовниках. 2015-2016 учебный год. 10 класс.

### Серия 27. Разнобой по геометрии.

**214.** В четырёхугольнике  $ABCD$  стороны  $AD$  и  $BC$  параллельны. Докажите, что если биссектрисы углов  $DAC$ ,  $DBC$ ,  $ACB$  и  $ADB$  образовали ромб, то  $AB = CD$ .

**215.** Дан треугольник  $ABC$ . Обозначим через  $M$  середину стороны  $AC$ , а через  $P$  – середину отрезка  $CM$ . Описанная окружность треугольника  $ABP$  пересекает сторону  $BC$  во внутренней точке  $Q$ . Докажите, что  $\angle ABM = \angle MQP$ .

**216.** Через точку пересечения высот остроугольного треугольника  $ABC$  проходят три окружности, каждая из которых касается одной из сторон треугольника в основании высоты. Докажите, что вторые точки пересечения окружностей являются вершинами треугольника, подобного исходному.

**217.** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$ :  $AC$  перпендикулярно  $BD$ ,  $\angle BCA = 10^\circ$ ,  $\angle BDA = 20^\circ$ ,  $\angle BAC = 40^\circ$ . Найдите  $\angle BDC$ .

**218.** В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $BB_1$  и  $CC_1$ . Известно, что центр описанной окружности треугольника  $BB_1C_1$  лежит на прямой  $AC$ . Найдите угол  $C$  треугольника.

**219.** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, проходящая через вершину  $B$  и центр  $O$  его описанной окружности, вторично пересекает стороны  $BC$  и  $BA$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что ортоцентр треугольника  $POQ$  лежит на прямой  $AC$ .