Кружок в "Хамовниках". 10 класс. 2015-2016 учебный год.

Серия 14. Домашнее задание.

98. Докажите, что квадрат нельзя разрезать на невыпуклые четырёхугольники.

99. Не равные одновременно нулю целые числа a, b и c по модулю меньше, чем 10^6. Докажите неравенство $|a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}| > 10^{-21}$.

100. Дано 41 различное натуральное число, меньшее 1000. Известно, что среди любых трех из них есть два, дающих в произведении точный квадрат. Докажите, что среди этих чисел есть точный квадрат.

101. На съезд собрались 5000 кинолюбителей, каждый видел хотя бы один фильм. Их делят на секции двух типов: либо обсуждение фильма, который все члены секции видели, либо каждый рассказывает о виденном фильме, который больше никто в секции не видел. Докажите, что всех можно разбить ровно на 100 секций. (Секции из одного человека разрешаются: он пишет отзыв о виденном фильме.)

102. Вершины правильного 45-угольника раскрашены в три цвета, причём вершин каждого цвета поровну. Докажите, что можно выбрать по три вершины каждого цвета так, чтобы три треугольника, образованные выбранными одноцветными вершинами, были равны.

103. Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC. На луче BO выбрана точка P. Описанные окружности треугольников CPB и APB пересекают стороны AB и BC в точках K и L соответственно. Докажите, что середина отрезка KL равноудалена от вершин A и C.

Кружок в "Хамовниках". 10 класс. 2015-2016 учебный год.

Серия 14. Домашнее задание.

98. Докажите, что квадрат нельзя разрезать на невыпуклые четырёхугольники.

99. Не равные одновременно нулю целые числа a, b и c по модулю меньше, чем 10^6. Докажите неравенство $|a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}| > 10^{-21}$.

100. Дано 41 различное натуральное число, меньшее 1000. Известно, что среди любых трех из них есть два, дающих в произведении точный квадрат. Докажите, что среди этих чисел есть точный квадрат.

101. На съезд собрались 5000 кинолюбителей, каждый видел хотя бы один фильм. Их делят на секции двух типов: либо обсуждение фильма, который все члены секции видели, либо каждый рассказывает о виденном фильме, который больше никто в секции не видел. Докажите, что всех можно разбить ровно на 100 секций. (Секции из одного человека разрешаются: он пишет отзыв о виденном фильме.)

102. Вершины правильного 45-угольника раскрашены в три цвета, причём вершин каждого цвета поровну. Докажите, что можно выбрать по три вершины каждого цвета так, чтобы три треугольника, образованные выбранными одноцветными вершинами, были равны.

103. Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC. На луче BO выбрана точка P. Описанные окружности треугольников CPB и APB пересекают стороны AB и BC в точках K и L соответственно. Докажите, что середина отрезка KL равноудалена от вершин A и C.