

## Серия 10. Домашнее задание.

**69.** Дана бесконечная последовательность натуральных чисел, из которой нельзя выбрать бесконечное число попарно взаимно простых чисел. Обязательно ли найдётся простое число, на которое делятся бесконечно много чисел последовательности?

**70.** Многочлен  $x^2 + 2x + 6$  можно разложить на множители по модулю 7:

$$x^2 + 2x + 6 \equiv (x + 4)(x + 5) \pmod{7}.$$

Разложите на неприводимые множители по модулю 7 многочлен  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$ .

**71.** В комнате  $n$  людей, некоторые знакомы между собой и у каждого хотя бы один знакомый (если А знает В, то В знает А). Назовём *общительностью* человека число его знакомых. Для каждого человека подсчитали среднее арифметическое общительностей его знакомых. Получили  $n$  чисел. Докажите, что их среднее арифметическое не меньше, чем среднее арифметическое общительностей.

**72.** В выпуклом шестиугольнике длины всех неглавных диагоналей не превосходят 1. Докажите, что найдётся главная диагональ, которая не длинее  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

## Серия 10. Домашнее задание.

**69.** Дана бесконечная последовательность натуральных чисел, из которой нельзя выбрать бесконечное число попарно взаимно простых чисел. Обязательно ли найдётся простое число, на которое делятся бесконечно много чисел последовательности?

**70.** Многочлен  $x^2 + 2x + 6$  можно разложить на множители по модулю 7:

$$x^2 + 2x + 6 \equiv (x + 4)(x + 5) \pmod{7}.$$

Разложите на неприводимые множители по модулю 7 многочлен  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$ .

**71.** В комнате  $n$  людей, некоторые знакомы между собой и у каждого хотя бы один знакомый (если А знает В, то В знает А). Назовём *общительностью* человека число его знакомых. Для каждого человека подсчитали среднее арифметическое общительностей его знакомых. Получили  $n$  чисел. Докажите, что их среднее арифметическое не меньше, чем среднее арифметическое общительностей.

**72.** В выпуклом шестиугольнике длины всех неглавных диагоналей не превосходят 1. Докажите, что найдётся главная диагональ, которая не длинее  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .

## Серия 10. Домашнее задание.

**69.** Дана бесконечная последовательность натуральных чисел, из которой нельзя выбрать бесконечное число попарно взаимно простых чисел. Обязательно ли найдётся простое число, на которое делятся бесконечно много чисел последовательности?

**70.** Многочлен  $x^2 + 2x + 6$  можно разложить на множители по модулю 7:

$$x^2 + 2x + 6 \equiv (x + 4)(x + 5) \pmod{7}.$$

Разложите на неприводимые множители по модулю 7 многочлен  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$ .

**71.** В комнате  $n$  людей, некоторые знакомы между собой и у каждого хотя бы один знакомый (если А знает В, то В знает А). Назовём *общительностью* человека число его знакомых. Для каждого человека подсчитали среднее арифметическое общительностей его знакомых. Получили  $n$  чисел. Докажите, что их среднее арифметическое не меньше, чем среднее арифметическое общительностей.

**72.** В выпуклом шестиугольнике длины всех неглавных диагоналей не превосходят 1. Докажите, что найдётся главная диагональ, которая не длинее  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ .