

Бесконечность

1. Дано бесконечное число углов. Докажите, что этими углами можно покрыть плоскость.
2. В стране Фибоначчи есть купюры достоинством 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 лир. У Леонардо есть купюра 55 лир. Каждый день он может пойти в банк и обменять любую имеющуюся у него купюру на любое количество купюр меньшего достоинства. Кроме того, каждый день Леонардо должен тратить 1 лиру на еду. Докажите, что Леонардо сможет существовать сколь угодно долго, но не бесконечно долго.
3. Есть бесконечное дерево, подвешенное за корень. Степень каждой вершины конечна. Докажите, что существует бесконечный путь, идущий от корня вниз.
4. Докажите, что из бесконечной последовательности различных натуральных чисел можно выделить бесконечную возрастающую подпоследовательность.
5. Натуральные числа раскрасили в два цвета. Обязательно ли существует одноцветная бесконечная арифметическая прогрессия?