

Еще неравенства

1. Докажите, что если x , y и z — длины сторон треугольника, то

$$xyz \geq (x + y - z)(x + z - y)(y + z - x).$$

2. Докажите неравенство $n^n > 2^{n-1} \cdot n!$.

3. a , b , c — стороны треугольника. Докажите неравенство

$$\frac{a^2 + 2bc}{b^2 + c^2} + \frac{b^2 + 2ac}{a^2 + c^2} + \frac{c^2 + 2ab}{a^2 + b^2} > 3.$$

4. Произведение положительных чисел x , y и z равно 1. Докажите, что если

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq x + y + z,$$

то для любого натурального k выполнено неравенство

$$\frac{1}{x^k} + \frac{1}{y^k} + \frac{1}{z^k} \geq x^k + y^k + z^k.$$