

Cherchez la racine

1. Существует ли функция, график которой на координатной плоскости имеет общую точку с любой прямой?
2. Докажите, что при умножении многочлена $(x + 1)^{n-1}$ на любой многочлен, отличный от нуля, получается многочлен, имеющий не менее n отличных от нуля коэффициентов.
3. Даны многочлены $P(x)$ и $Q(x)$ десятой степени, старшие коэффициенты которых равны 1. Известно, что уравнение $P(x) = Q(x)$ не имеет действительных корней. Докажите, что уравнение $P(x + 1) = Q(x - 1)$ имеет хотя бы один действительный корень.
4. Дан многочлен нечетной степени $P(x)$. Докажите, что уравнение $P(P(x)) = 0$ имеет не меньше различных действительных корней, чем уравнение $P(x) = 0$.
5. Какое наибольшее количество нулевых коэффициентов может быть у многочлена степени n , имеющего n различных действительных корней?