

Теорема Эйлера

1. Решите уравнения:
(a) $\varphi(x) = 2$; (b) $\varphi(x) = 8$; (c) $\varphi(x) = 12$; (d) $\varphi(x) = 14$.

2. Решите уравнения:
(a) $\varphi(x) = x/2$; (b) $\varphi(x) = x/3$; (c) $\varphi(x) = x/4$.

3. Известно, что $(m, n) > 1$. Что больше: $\varphi(m \cdot n)$ или $\varphi(m) \cdot \varphi(n)$?

4. Докажите тождество Гаусса:

$$\sum_{d|n} \varphi(d) = n.$$

5. Существует ли степень тройки, заканчивающаяся на 0001?

6. Докажите, что для любого нечетного числа m существует такое натуральное n , что $(2^n - 1) : m$.

7. Найдите все такие целые числа a , для которых число $a^{10} + 1$ делится на 10.