

Ищем окружности

1. AH — высота остроугольного треугольника ABC , K и L — основания перпендикуляров, опущенных из точки H на стороны AB и AC . Докажите, что точки B, K, L и C лежат на одной окружности.
2. На плоскости даны прямая ℓ две точки A и B по одну сторону от прямой. На прямой ℓ выбрана точка M , сумма расстояний от которой до A и B наименьшая, и точка N , для которой расстояния до точек A и B равны: $AN = BN$. Докажите, что точки A, B, M, N лежат на одной окружности.
3. В окружности проведены две пересекающиеся хорды AB и CD . На отрезке AB взяли точку M так, что $AM = AC$, а на отрезке CD — точку N так, что $DN = DB$. Докажите, что если точки M и N не совпадают, то прямая MN параллельна прямой AD .
4. **(а)** Докажите, что точка, симметричная ортоцентру H треугольника ABC относительно середины стороны, лежит на описанной окружности треугольника ABC .
(б) Докажите, что A, C, H и проекция H на медиану треугольника, выходящую из вершины B , лежат на одной окружности.
5. Дан треугольник ABC . На продолжениях сторон AB и CB за точку B взяты точки C_1 и A_1 соответственно так, что $AC = A_1C = AC_1$. Докажите, что описанные окружности треугольников ABA_1 и CBC_1 пересекаются на биссектрисе угла B .
6. В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка M так, что точка пересечения медиан треугольника ABM лежит на описанной окружности треугольника ACM , а точка пересечения медиан треугольника ACM лежит на описанной окружности треугольника ABM . Докажите, что медианы треугольников ABM и ACM из вершины M равны.